728 线上测试参考答案

1. D

2. B

3. A

4. B

5. D

6. D

7. D

8. D

9. A

10. 15

11. 2

12. −7；

13. 1

14. 2

15. $\dfrac{95}{13}$

16.（1）由 $b\cos A+a\cos B=\sqrt{2}b\sin C$，结合正弦定理得：

$\sin B\cos A+\cos B\sin A=\sqrt{2}\sin B\sin C$，

即 $\sin(A+B)=\sqrt{2}\sin B\sin C$，

又在□ABC中，$\sin(A+B)=\sin C\neq 0$，$\therefore \sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

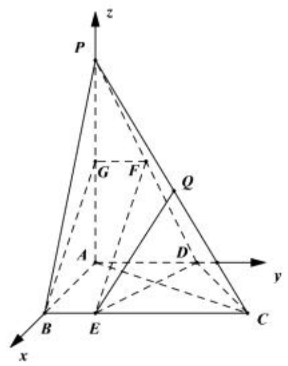
而 B 为锐角，$\therefore B=\dfrac{\pi}{4}$.

（2）$\because a=2$，$b=\sqrt{6}$，$B=\dfrac{\pi}{4}$，

$\therefore \cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{4+c^2-6}{4c}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 即 $c^2-2\sqrt{2}c-2=0$，解得 $c=\sqrt{2}+2$.

故□ABC的面积为 $\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times 2\times(\sqrt{2}+2)\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}+1$.

17.（1）取 PA 中点 G,连接 $GF,BG,FG=1$，$BG=1,FG\parallel AD,AD\parallel BC,\therefore FG\parallel BE,\therefore$ 四边形 $BEFG$ 为平行四边形，$\therefore EF\parallel BG$,又$\because EF\not\subset$平面 $PAB,BG\subset$平面 $PAB,\therefore EF\parallel$平面 PAB;



（2）(i) 因为 $PA\perp$平面 $ABCD$，AB Ì 平面 $ABCD$，$AD\subset$平面 $ABCD$，

所以 $PA\perp AB$，$PA\perp AD$，又因为 $AB\perp AD$，

则以 A 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系.

由已知可得 $A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(2,4,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,4)$，$E(2,1,0)$，

所以 $\overrightarrow{DE}=(2,-1,0)$，$\overrightarrow{AC}=(2,4,0)$，$\overrightarrow{AP}=(0,0,4)$，

因为 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{AC}=2\times2-1\times4+0=0$，$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{AP}=0$，所以 $DE\perp AC$，$DE\perp AP$，

又 $AP\cap AC=A$，$AP\subset$平面 PAC，$AC\subset$平面 PAC，

所以 $DE\perp$平面 PAC.

(ii) 由（i）可知 $DE\perp$平面 PAC，

$\overrightarrow{DE}=(2,-1,0)$ 可作为平面 PAC 的法向量，设 $\dfrac{CQ}{CP}=\lambda$ $(0<\lambda<1)$，即

$\overrightarrow{CQ}=\lambda\overrightarrow{CP}=(-2\lambda,-4\lambda,4\lambda)$，$\overrightarrow{DE}=(2,-1,0)$，

所以 $Q(2-2\lambda,4-4\lambda,4\lambda)$，即 $\overrightarrow{QE}=(2\lambda,4\lambda-3,-4\lambda)$，

因为直线 QE 与平面 PAC 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt5}{5}$，

所以 $\left|\cos\left\langle\overrightarrow{QE}\cdot\overrightarrow{DE}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{QE}\cdot\overrightarrow{DE}\right|}{\left|\overrightarrow{QE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{DE}\right|}=\dfrac{|2\times2\lambda-(4\lambda-3)+0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}\times\sqrt{(2\lambda)^2+(4\lambda-3)^2+(-4\lambda)^2}}=\dfrac{\sqrt5}{5}$，

即 $\sqrt{36\lambda^2-24\lambda+9}=3$，解得 $\lambda=\frac{2}{3}$，即 $\frac{CQ}{CP}=\frac{2}{3}$.

18. 解：（1）由题意可得 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$a=2$，所以 $c=\sqrt{2}$，

$b^2=a^2-c^2=4-2=2$，

则椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$．

设 $A(x_0,y_0)$，$B(t,2)$，其中 $x_0\neq 0$，因为 $OA\perp OB$，

因为 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，即 $tx_0+2y_0=0$，所以 $t=-\frac{2y_0}{x_0}$，

①当 $x_0=t$ 时，$y_0=-\frac{t^2}{2}$，而 A 在椭圆上，

则 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$，即 $\frac{t^2}{4}+\frac{\left(-\frac{t^2}{2}\right)^2}{2}=1$，解得 $t=\pm\sqrt{2}$，

故此时直线 AB 的方程为 $x=\pm\sqrt{2}$；

圆 $x^2+y^2=2$ 的圆心 $(0,0)$ 到 AB 的距离为 $\sqrt{2}$，此时直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切；

②当 $x_0\neq t$ 时，直线 AB 的方程为 $y-2=\frac{y_0-2}{x_0-t}(x-t)$，

即 $(y_0-2)x-(x_0-t)y+2x_0-ty_0=0$，圆心 $(0,0)$ 到直线 AB 的距离

$$d=\frac{|2x_0-ty_0|}{\sqrt{(y_0-2)^2+(x_0-t)^2}},$$

又 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$，$t=-\frac{2y_0}{x_0}$，故 $d=\frac{\left|2x_0+2\frac{y_0^2}{x_0}\right|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+4+\frac{4y_0^2}{x_0^2}}}=\frac{\left|\frac{4+x_0^2}{x_0}\right|}{\sqrt{\frac{x_0^4+8x_0^2+16}{2x_0^2}}}=\sqrt{2}$，

此时直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切.

综上可得，直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切.

（2）由题意可得$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$a^2=b^2+c^2$，

故$b=c=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，椭圆C的方程为$\frac{x^2}{2c^2}+\frac{y^2}{c^2}=1$，右焦点$F(c,0)$，

设过F的直线l的方程为$x=ty+c$或$y=0$，

当l为$y=0$时，AB的中点M即为原点O，显然不满足题意；

当直线l的方程为$x=ty+c$时，由$\begin{cases}x=ty+c\\x^2+2y^2=2c^2\end{cases}$可得$(2+t^2)y^2+2tcy-c^2=0$，

则$y_A+y_B=-\frac{2tc}{2+t^2}$，故$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=-\frac{tc}{2+t^2}$，

由M在直线l上，可得$x_M=ty_M+c=-\frac{t^2c}{2+t^2}+c=\frac{2c}{2+t^2}$，

所以$M\left(\frac{2c}{2+t^2},-\frac{tc}{2+t^2}\right)$，则点$O$关于$M$的对称点$O'$的坐标为$\left(\frac{4c}{2+t^2},-\frac{2tc}{2+t^2}\right)$，

又O'在椭圆上，可得$\left(\frac{4c}{2+t^2}\right)^2+2\left(-\frac{2tc}{2+t^2}\right)^2=2c^2$，

即$8+4t^2=(2+t^2)^2$，即$t^4=4$，解得$t=\pm\sqrt{2}$，

此时直线l的斜率为$k=\frac{1}{t}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以存在满足题意的直线l，斜率为$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$．

19．（1）设数列$\{a_n\}$的公差为d，数列$\{b_n\}$的公比为q，

因为$b_1=2a_1=2,b_2S_3=54,a_2+T_2=11$，

所以$\begin{cases}2q(3+3d)=54\\1+d+2+2q=11\end{cases}$，即$\begin{cases}q(1+d)=9\\d+2q=8\end{cases}$，解得$\begin{cases}q=3\\d=2\end{cases}$，或$\begin{cases}q=\frac{3}{2}\\d=5\end{cases}$（舍去）．

所以$a_n=2n-1,b_n=2\cdot3^{n-1}$．

（2）$M_n=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\cdots+a_nb_n=1\times2+3\times2\times3+5\times2\times3^2+\cdots+(2n-1)\times2\times3^{n-1}$，

$3M_n=1\times2\times3+3\times2\times3^2+\cdots+(2n-3)\times2\times3^{n-1}+(2n-1)\times2\times3^n$，

所以 $-2M_n=2+4\left(3+3^2+\cdots+3^{n-1}\right)-(2n-1)\times 2\times 3^n$，

$=2+4\times\dfrac{3(1-3^{n-1})}{1-3}-(4n-2)\times 3^n=-4-(4n-4)\cdot 3^n$

所以 $M_n=2(n-1)\cdot 3^n+2$.

（3）由（1）可得 $S_n=n^2$，$T_n=3^n-1$，

所以 $\dfrac{S_m+T_{m+1}}{S_m+T_m}=\dfrac{m^2-1+3^{m+1}}{m^2-1+3^m}$.

因为 $\dfrac{S_m+T_{m+1}}{S_m+T_m}$ 是数列 $\{a_n\}$ 或 $\{b_n\}$ 中的一项，所以 $\dfrac{m^2-1+3^{m+1}}{m^2-1+3^m}=L,L\in N^*$，

所以 $(L-1)\left(m^2-1\right)=(3-L)3^m$，因为 $m^2-1 \geqslant 0,3^m>0$，

所以 $1<L \leqslant 3$，又 $L\in N^*$，则 $L=2$ 或 $L=3$.

当 $L=2$ 时，有 $\left(m^2-1\right)=3^m$，即 $\dfrac{\left(m^2-1\right)}{3^m}=1$，令 $f(m)=\dfrac{m^2-1}{3^m}$.

则 $f(m+1)-f(m)=\dfrac{(m+1)^2-1}{3^{m+1}}-\dfrac{m^2-1}{3^m}=-\dfrac{2m^2-2m-3}{3^{m+1}}$.

当 $m=1$ 时，$f(1)<f(2)$；当 $m\geq 2$ 时，$f(m+1)-f(m)<0$，

即 $f(1)<f(2)>f(3)>f(4)>\cdots$.

由 $f(1)=0,f(2)=\dfrac{1}{3}$，知 $\dfrac{\left(m^2-1\right)}{3^m}=1$ 无整数解.

当 $L=3$ 时,有 $m^2-1=0$，即存在 $m=1$ 使得 $\dfrac{m^2-1+3^{m+1}}{m^2-1+3^m}=3$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的第 2 项，

故存在正整数 $m=1$，使得 $\dfrac{S_m+T_{m+1}}{S_m+T_m}$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的项.

20. 解：（1）$F'(x)=2x-\dfrac{b}{x}=\dfrac{2x^2-b}{x}$，

①当 $b\leq 0$ 时，$F'(x)>0$，$F(x)$ 在区间 $(0,1]$ 上递增，不存在极值；

②当 $b\geq 2$ 时，$F'(x)\leq 0$，$F(x)$ 在区间 $(0,1]$ 上递减，不存在极值；

③当 $0<b<2$ 时，得 $F(x)$ 在区间 $\left(0,\sqrt{\dfrac{b}{2}}\right)$ 上单调递减，在区间 $\left(\sqrt{\dfrac{b}{2}},1\right)$ 上单调递增，在

$x=\sqrt{\frac{b}{2}}$ 处取极小值.

综上，实数 b 的取值范围是（0，2）

（2）①$F(x)=f(x)-g(x)=x^2-elnx$，

则 $F'(x)=2x-\frac{e}{x}=\frac{2x^2-e}{x}=\frac{\left(x-\sqrt{\frac{e}{2}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{e}{2}}\right)}{x}$，

所以当 $0<x<\sqrt{\frac{e}{2}}$ 时，$F'(x)<0$，；当 $x>\sqrt{\frac{e}{2}}$ 时，$F'(x)>0$，

因此 $x=\sqrt{\frac{e}{2}}$ 时，$F(x)$ 取得最小值 $\frac{e}{2}ln2$；

②因为 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象在 $x=\sqrt{e}$ 处有公共点 $\left(\sqrt{e},\ e\right)$，

设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 存在“隔离直线”，方程为 $y-e=k\left(x-\sqrt{e}\right)$，

即 $y=kx+e-k\sqrt{e}$，由 $f(x)\geq kx+e-k\sqrt{e}$，在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立，

则 $x^2-kx-e+2\sqrt{e}\geq0$，在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立，

所以 $\Delta=k^2-4\left(k\sqrt{e}-e\right)=\left(k-2\sqrt{e}\right)^2\leq0$ 成立，

因此 $k=2\sqrt{e}$.

下面证明：$g(x)\leq2\sqrt{e}x-e,(x>0)$ 恒成立，

设 $G(x)=2e\ln x-2\sqrt{e}x+e$，则 $G'(x)=\frac{2e}{x}-2\sqrt{e}=\frac{2\sqrt{e}\left(\sqrt{e}-x\right)}{x}$，

所以当 $0<x<\sqrt{e}$ 时，$G'(x)>0$；当 $x>\sqrt{e}$ 时，$G'(x)<0$.

因此 $x=\sqrt{e}$ 时，$G(x)$ 取得最大值 0，

则 $g(x)\leq2\sqrt{e}x-e,(x>0)$ 恒成立，

故所求“隔离直线”方程为：$y=2\sqrt{e}x-e$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》