遵义市2023届高三年级第一次统一考试参考答案

文科数学

一、选择题

1．C　2.A　3.A　4.C　5.D　6.B　7.B　8.A　9.C　10.C　11.B　12.D

二、填空题

13．18　14．$x-y=0$　15．$(2,+\infty)$　16 $[-2,2]$

三、解答题

17．解：(1) $\because \sin x+\cos x=\frac{1}{3}$，

$\therefore (\sin x+\cos x)^2=\frac{1}{9}$，--3 分

$\therefore 1+2\sin x\cos x=\frac{1}{9}$ --5 分

故 $\sin x\cos x=-\frac{4}{9}$ --6 分

(2) $\sin(2x-\frac{\pi}{3})+2\sqrt{3}\cos^2(x-\frac{\pi}{6})-\sqrt{3}$

$=\sin(2x-\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}\cos(2x-\frac{\pi}{3})$ --8 分

$=2\sin 2x$ --10 分

由(1)知 $\sin x\cos x=-\frac{4}{9}$，故 $2\sin 2x=4\sin x\cos x=-\frac{16}{9}$ ----------------12 分

18．解：(1) $f'(x)=x^2+2ax+3(a,b\in R)$ --1 分

$\therefore f'(1)=2a+4=0, f(1)=\frac{10}{3}+a+b=2$ --3 分

$\therefore a=-2, b=\frac{2}{3}$ --6 分

(2)由(1)知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+\frac{2}{3}$

构造函数 $g(x)=f(x)-(-x^2+6x+k)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{2}{3}-k$

则 $g(x)$ 有三个零点即为方程 $f(x)=-x^2+6x+k$ 有三个相异实根----------------7 分

$g'(x)=x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$ --8 分

令 $g'(x)=0$，$x=-1$ 或 $x=3$ --9 分

且 $x\in(-\infty,-1)$ 时，$g'(x)>0$，$x\in(-1,3)$ 时，$g'(x)<0$，$x\in(3,+\infty)$，$g'(x)>0$；

$\therefore g(x)$ 在 $x=-1$ 取得极大值 $g(-1)=\frac{7}{3}-k$，

在 $x=3$ 处取得极小值 $g(3)=-\frac{25}{3}-k$，----------------------------------10 分

函数 $g(x)$ 有三个零点需要 $\begin{cases}g(-1)>0\\g(3)<0\end{cases}$，解得 $-\frac{25}{3}<k<\frac{7}{3}$

所以 k 的取值范围为 $(-\frac{25}{3},\frac{7}{3})$.---12 分

19.解：(1)若选①②：

由①知 S_2 是 S_1 与 S_4 的等比中项，则 $S_2^2=S_1S_4$，---1 分

即 $(2a_1+d)^2=a_1(4a_1+6d)$.由 $d\neq0$ 可得 $d=2a_1$---2 分

由②知，$a_3=10$.可得 $a_1+2d=10$.则有 $\begin{cases}d=2a_1\\a_1+2d=10\end{cases}$，解得 $\begin{cases}d=4\\a_1=2\end{cases}$，------------------4 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$.---5 分

若选①③：

由①知 S_2 是 S_1 与 S_4 的等比中项，则 $S_2^2=S_1S_4$，---1 分

即 $(2a_1+d)^2=a_1(4a_1+6d)$.由 $d\neq0$ 可得 $d=2a_1$，-----------------------------------2 分

由③知 $S_3-a_4=4$.可得 $3a_1+3d-(a_1+3d)=4$，解得 $a_1=2$.则 $d=4$，------------------4 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$.---5 分

若选②③

由②知 $a_3=10$.可得 $a_1+2d=10$.----------------------------------2 分

由③知 $S_3-a_4=4$.可得 $3a_1+3d-(a_1+3d)=4$，解得 $a_1=2$.则 $d=4$，------------------4 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$.---5 分

(2) $b_n=\frac{4}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$ ----------------------------8 分

$T_n=\frac{1}{2}[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})]=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2n+1})$ -------------------10 分

$=\frac{n}{2n+1}$ --12 分

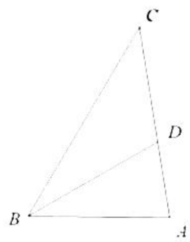
20.解：（1）因为 $\dfrac{\sin A-\sin B}{\sin C}=\dfrac{a-c}{a+b}$，由正弦定理得 $\dfrac{a-b}{c}=\dfrac{a-c}{a+b}$，---------------2 分

化简得 $b^2=a^2+c^2-ac$，所以由余弦定理得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{ac}=\dfrac{1}{2}$，-------------4 分

又因为 $B\in(0,\pi)$，--5 分

所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$---6 分

（2）如图所示



因为 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle CBD}$---------------------------------------7 分

即 $\dfrac{1}{2}ac\sin\angle ABC=\dfrac{1}{2}c\cdot BD\cdot\sin\angle ABD+\dfrac{1}{2}a\cdot BD\times\sin\angle CBD$，

化简得 $a+c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}ac$ ①，-------------------------8 分

又由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$ 即 $(a+c)^2-3ac=9$ ②，

--9 分

①②联立解得 $ac=-2$（舍去）或 $ac=6$，---10 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.---12 分

21.解：(1) $f'(x)=e^x-a$ --1 分

①当 $a\le 0$ 时，$f'(x)>0$ 恒成立，所以函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty,+\infty)$.-----------2 分

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0$，$x>\ln a$，所以函数 $f(x)$ 在 $(\ln a,+\infty)$ 上单调递增，

令 $f'(x)<0$，$x<\ln a$，所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 上单调递减.

综上，当 $a\le 0$ 时，函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty,+\infty)$

当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 的单调减区间为 $(-\infty,\ln a)$，单调增区间为 $(\ln a,+\infty)$.-----------5 分

(2)若 $\dfrac{f(x)}{x}\ge a(x-1-\ln x)$ 恒成立,则 $\dfrac{e^x}{x}\ge a(x-\ln x)$

解法 1：$\dfrac{e^x}{x}\ge a(x-\ln x)$，即 $e^{x-\ln x}\ge a(x-\ln x)$ 恒成立.------------------------------7 分

令 $t=x-\ln x$，$t'=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}$，$t'|_{x=1}=0$，

又 $x\in(0,1)$，$t'<0$，$x\in(1,+\infty)$，$t'>0$，$\therefore$ 函数 $t=x-\ln x$ 极小值即最小值 1.

$e^{x-\ln x}\ge a(x-\ln x)$ 恒成立等价于 $e^t\ge at$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立-----------------------------8 分

由（1）可知当 $a\le e$，$f'(t)=e^t-a\ge 0$，$f(t)=e^t-at$ 在 $[1,+\infty)$ 单调递增，$f(t)\ge f(1)=e-a$，

$e^t\ge at$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，则 $f(1)\ge 0$，即 $a\le e$ ------------------------------------10 分

当 $a>e$ 时由（1）可知 $f(t)=e^t-at$ 在 $[1,\ln a)$ 单调递减，此时 $f(t)<f(1)=e-a<0$ 与 $e^t\geq at$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立矛盾，所以 $a>e$ 不符合题意.

即 a 的范围为 $(-\infty,e]$.--12 分

解法 2：$g(x)=\dfrac{e^x}{x}-ax+a\ln x$，$g'(x)=\dfrac{xe^x-e^x}{x^2}-a+\dfrac{a}{x}=\dfrac{x-1}{x^2}(e^x-ax)$---------------6 分

①当 $a\leq 0$ 时，显然 $e^x-ax>0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，-------------------------------------7 分

$0<a\leq e$ 时，由（1）知函数 $f(x)=e^x-ax$ 此时有极小值 $f(\ln a)=a-a\ln a=a(1-\ln a)\geq 0$

故 $a\leq e$ 时 $e^x-ax>0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，---8 分

又 $g'(1)=0$，且 $x\in(0,1),g'(x)<0$，$x\in(1,+\infty),g'(x)>0$

$g(x)$ 在有极小值即最小值 $g(1)=e-a\geq 0$，---9 分

即 $a\leq e$ 时，$\dfrac{f(x)}{x}\geq a(x-1-\ln x)$ 恒成立.---10 分

②当 $a>e$ 时，$g(1)=e-a<0$，$g(x)>0$ 不恒成立，所以此时不合题意.

综上，即 a 的范围为 $(-\infty,e]$.--12 分

22.解：（1）由极坐标与直角坐标得互化公式：$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$------------------------1 分

由 $\rho^2=4\rho\cos\theta+5$ 得 $x^2+y^2=4x+5$，------------------------------------3 分

即 $(x-2)^2+y^2=9$，曲线 C 的直角坐标方程 $(x-2)^2+y^2=9$.--------------------------------5 分

（2）将直线的参数方程代入曲线 C 的普通坐标方程并整理得 $5t^2-16\sqrt{5}t+35=0$，-----------7 分

设 A，B 的对应的参数分别是 t_1,t_2 则 $t_1+t_2=\dfrac{16\sqrt{5}}{5}$，$t_1t_2=7$，则 $t_1>0,t_2>0$，----------------8 分

$\because P(-2,0)$，则直线 l 过点 P，由直线参数方程的几何意义得，$|PA|=|t_1|$，$|PB|=|t_2|$，

$\therefore \dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}=\dfrac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{t_1+t_2}{t_1t_2}=\dfrac{16\sqrt{5}}{35}$-----------------10 分

23.解：(1)当 $a=1$ $f(x)=\begin{cases}2x+4,x\leq -1,\\ 2,\ -1<x\leq 2,\\ -2x+6,x>2.\end{cases}$---------------------------------------3 分

可得 $f(x)\geq 0$ 的解集为 $\{x|-2\leq x\leq 3\}$.--5 分

(2) $f(x)\leq 1$ 等价于 $|x+a|+|x-2|\geq 4$---7 分

而 $|x+a|+|x-2|\geq|a+2|$，且当 $x=2$ 时等号成立.------------------------------------8 分

故 $f(x)\leq 1$ 等价于 $|a+2|\geq 4$--9 分

由 $|a+2|\geq 4$ 可得 $a\leq -6$ 或 $a\geq 2$

所以 a 的取值范围是 $(-\infty,-6]\cup[2,+\infty)$.---10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。