

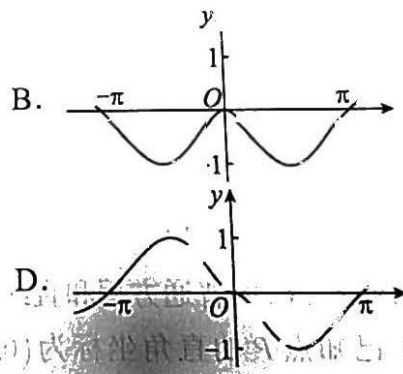
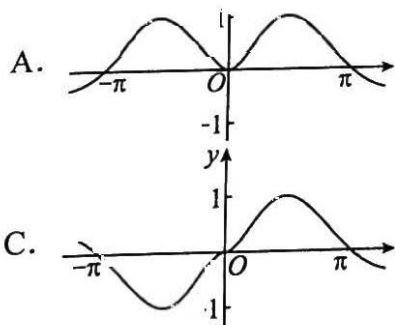
秘密★启封并使用完毕前【考试时间：2023年9月19日下午15:00-17:00】

## 南充市高2024届高考适应性考试（零诊）

### 理科数学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $i$ 是虚数单位，则复数 $\frac{2-3i}{5}$ 的模为（ ）  
 A. 5                      B.  $\sqrt{13}$                       C.  $\sqrt{5}$                       D. 1
2. 已知集合 $A = \{x | (x-3)(x-7) \leq 0\}$ ， $B = \{x | \frac{x-1}{x-4} < 0\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）  
 A.  $\{x | 1 < x \leq 7\}$       B.  $\{x | 1 < x < 4\}$       C.  $\{x | 3 \leq x < 4\}$       D.  $\{x | 3 \leq x \leq 7\}$
3. 已知 $a = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$ ， $b = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$ ， $c = \log_2 2$ ，则（ ）  
 A.  $a < b < c$               B.  $b < a < c$               C.  $c < b < a$               D.  $c < a < b$
4. 已知幂函数 $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$  ( $m, n \in \mathbb{Z}$ )，下列能成为“ $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的偶函数”的充分条件的是（ ）  
 A.  $m = -3, n = 1$       B.  $m = 1, n = 2$       C.  $m = 2, n = 3$       D.  $m = 1, n = 3$
5. 函数 $f(x) = \frac{x \sin x}{e^{|x|-1}}$ 的图象大致为（ ）

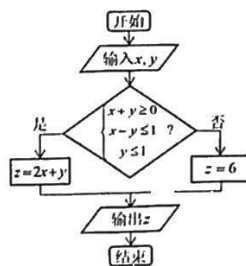


6. 已知函数 $f(x) = 2 \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$  ( $\omega > 0$ )的最小正周期为 $\pi$ ，把函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，所得图象对应函数解析式为（ ）  
 A.  $y = 2 \sin 2x$                       B.  $y = 2 \cos 2x$   
 C.  $y = 2 \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$                       D.  $y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

“零诊”理科数学试卷第1页（共4页）

7. 执行如图所示的程序框图, 若输入的  $x, y \in R$ , 则 ( )

- A. 输出的  $Z$  的最小值为  $\frac{1}{2}$ , 最大值为 5  
 B. 输出的  $Z$  的最小值为  $\frac{1}{2}$ , 最大值为 6  
 C. 输出的  $Z$  的最小值为 -1, 最大值为 5  
 D. 输出的  $Z$  的最小值为 -1, 最大值为 6



8.  $A, B, C, D, E$  五名学生按任意次序站成一排, 则  $A$  和  $B$  站两端的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{20}$                       B.  $\frac{1}{10}$                       C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $\frac{2}{5}$

9. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| \neq 0, \vec{a} \perp (\vec{a} - 3\vec{b})$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  夹角的正切值为 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n, a_1 = 10, a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 20$ , 则  $S_n$  的最大值为 ( )

- A. 60                      B. 50                      C.  $\frac{121}{4}$                       D. 30

11. 形如  $f(x) = ax + \frac{b}{x} (a, b > 0)$  的函数是中学数学常见的函数模型之一, 因其图象

上半部分像极了老师批阅作业所用的“√”, 所以也称为“对勾函数”. 研究证明, 对勾函数可以看作是焦点在坐标轴上的双曲线绕原点旋转得到, 即对勾函数的图象是双曲线, 直线  $y = ax$  是它的一条渐近线. 点  $P$  是双曲线

$f(x) = \sqrt{3}x + \frac{1}{x}$  上任意一点, 在点  $P$  处作双曲线的切线, 交渐近线于  $A, B$  两

点, 已知  $O$  为坐标原点, 则  $\triangle AOB$  的面积为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2

2. 函数  $f(x) = x \ln x - 1$  的零点为  $x_1$ , 函数  $g(x) = e^x(x-1) - e$  的零点为  $x_2$ , 则下列结论正确的是 ( )

A.  $e^{x_2} \cdot \ln x_1 = e^2$

B.  $e^{x_2-1} + \frac{0.1}{x_1} > 2$

C.  $\ln x_1 - x_2 = 1$

D.  $x_2 + \frac{1}{1 + \ln x_1} \leq 2$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 若命题“ $\exists x \in R$ , 使得  $x^2 + 2x - m = 0$  成立”为真命题, 则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_5 = 2, a_{13} = 32$ , 则  $a_9 =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知  $\left(2x - \frac{a}{x}\right)^6$  关于  $x$  的展开式中的常数项为  $-160$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .
16. 已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面是边长为  $2$  的正方形,  $PB = PD = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ , 二面角  $P-BD-C$  的余弦值为  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ , 则四棱锥  $P-ABCD$  的外接球的表面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. (12 分) 已知向量  $\vec{m} = (\cos^2 x, \sqrt{3})$ ,  $\vec{n} = (2, \sin 2x)$ , 函数  $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$ .
- (I) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间;
- (II) 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是角  $A, B, C$  的对边, 且  $f(C) = 3, c = 1, ab = 2\sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

18. (12 分) 第三十一届世界大学生夏季运动会于 2023 年 8 月 8 日晚在四川省成都市胜利闭幕. 来自 113 个国家和地区的 6500 名运动员在此届运动会上展现了青春力量, 绽放青春光彩, 以饱满的热情和优异的状态谱写了青春、团结、友谊的新篇章. 外国运动员在返家时纷纷购买纪念品, 尤其对中国的唐装颇感兴趣. 现随机对 200 名外国运动员 (其中男性 120 名, 女性 80 名) 就是否有兴趣购买唐装进行了解, 统计结果如下:

	有兴趣	无兴趣	合计
男性运动员	80	40	120
女性运动员	40	40	80
合计	120	80	200

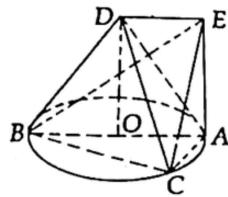
参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

临界值表:

$P(K^2 > k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

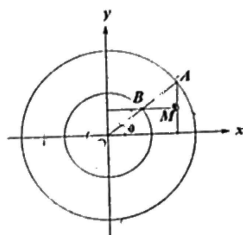
- (I) 是否有 99% 的把握认为“外国运动员对唐装感兴趣与性别有关”;
- (II) 按分层抽样的方法抽取 6 名对唐装有兴趣的运动员, 再从中任意抽取 3 名运动员作进一步采访, 记 3 名运动员中男性有  $X$  名, 求  $X$  的分布列与数学期望.

19. (12分) 如图所示, 在圆锥  $DO$  中,  $D$  为圆锥的顶点,  $O$  为底面圆圆心,  $AB$  是圆  $O$  的直径,  $C$  为底面圆周上一点, 四边形  $AODE$  是矩形.



- (I) 若点  $F$  是  $BC$  的中点, 求证:  $DF \parallel$  平面  $ACE$ ;  
(II) 若  $AB = 2$ ,  $\angle BAC = \angle ACE = \frac{\pi}{3}$ , 求直线  $CD$  与平面  $ABDE$  所成角的余弦值.

20. (12分) 如图所示, 以原点  $O$  为圆心, 分别以 2 和 1 为半径作两个同心圆, 设  $A$  为大圆上任意一点, 连接  $OA$  交小圆于点  $B$ , 设  $\angle AOx = \theta$ , 过点  $A, B$  分别作  $x$  轴,  $y$  轴的垂线, 两垂线交于点  $M$ .



- (I) 求动点  $M$  的轨迹  $C$  的方程;  
(II) 点  $E, F$  分别是轨迹  $C$  上两点, 且  $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OF} = 0$ , 求  $\triangle EOF$  面积的取值范围.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = \ln x - ax + \frac{1-a}{x} - 1$  ( $a \in R$ ).

- (I) 当  $a \geq \frac{1}{2}$  时, 讨论  $f(x)$  的单调性;  
(II) 设  $g(x) = x^2 - 2bx + 4$ , 当  $a = 2$  时, 若存在  $x_1 \in (0, 2)$ , 对任意  $x_2 \in [3, 5]$ , 使  $f(x_1) \geq g(x_2)$  成立, 求实数  $b$  的取值范围;  
(III) 当  $x \in [0, +\infty)$  时, 恒有  $f(x+1) + \frac{a-1}{x+1} + a + 1 \leq 0$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 4t^2 \\ y = 4t \end{cases}$  ( $t$  为参数),

以原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\sqrt{2}\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{4}) = -1$ .

- (I) 求曲线  $C_1$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;  
(II) 已知点  $P$  的直角坐标为  $(0, -1)$ , 曲线  $C_1$  与直线  $l$  交于  $M, N$  两点, 求

$\left| \frac{1}{|PM|} - \frac{1}{|PN|} \right|$  的值.

23. (10分) 已知函数  $f(x) = |x+m| + 2|x-1|$ .

- (I) 若  $m = -5$ , 求不等式  $f(x) \leq 8$  的解集;  
(II) 若  $\{x | f(x) < 3\} \supseteq [0, 1]$ , 求实数  $m$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

