

★启用前·绝密★[考试时间:2023年2月9日 15:00-17:00]

2023届吉林省四平市高中毕业班第一次教学质量检测

数学

本试卷共22小题,共150分,共8页,考试时间为120分钟,考试结束后,考生将答题卡
和试卷一并交回。

第I卷 (共60分)

一、单项选择题(每小题5分,共8小题,共计40分)。

- 1、已知 $A=\{y|y=x+2\}$, $B=\{(x,y)|x^2+y^2=4\}$, 则集合 $A \cap B$ 元素的个数为()
A.0 B.1 C.2 D.3
- 2、若复数 z 满足 $|z+2|+|z-2|=8$, 则 $|z+2|$ 的最小值为()
A.6 B.4 C.2 D.0
- 3、在球上任取5点,则该5点在同一个半球面上的概率为()
A.13/16 B.11/16 C.15/16 D.9/16
- 4、已知 $|\vec{c}|=2$, 向量 $\vec{b}$ 满足 $2|\vec{b}-\vec{c}|=\vec{b} \cdot \vec{c}$, 当 $\vec{b}, \vec{c}$ 的夹角最大时, 则 $|\vec{b}|$ 为()
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$
- 5、已知函数 $f(x)=\sqrt{|\sin(x/2)|}+\sqrt{|\cos(x/2)|}$, 则 $f(x)$ 的最大值为()
A. $2^{5/4}$ B. $2^{7/4}$ C. $2^{1/4}$ D. $2^{3/4}$
- 6、已知, $(1/4+x)^6=\sum_{i=0}^6 a_i x^i$, ($i=0, 1, 2, \dots, 6$), $\{b_n\}$ 为等比数列, 且 $b_1=a_1$, 公比 $q=a_4$, 则 $\sum b_i$ 的值为()
A.1/8 B.3/32 C.5/32 D.7/32
- 7、已知正六棱锥的高和底面边长都为 a , 则该六棱锥侧面和底面所成的二面角的正切值为()
A. $2\sqrt{5}/5$ B. $5\sqrt{7}/7$ C. $2\sqrt{3}/3$ D. $3\sqrt{5}/5$
- 8、设 $a=1/0.95$, $b=e^{0.02}$, $c=\sqrt{1.04}$, 则()
A. $c < b < a$ B. $a > b > c$ C. $c < a < b$ D. $a > c > b$

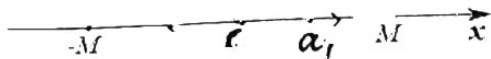
二、多项选择题(每小题5分,共4小题,共计20分)。

- 9、已知, 抛物线 $y^2=2px$ ($p>0$), 过抛物线焦点 F 作直线交抛物线于 A, B 两点, 再分别过点 A 、点 B 作抛物线准线的垂线, 垂足为 A_1, B_1 , 点 M 为焦点弦 AB 的中点, $MN \perp A_1B_1$ 于点 N , 连接 $A_1B, AB_1, A_1F, B_1F, AN, BN$, 则下列说法正确的是()
A. 以 AF, BF 为直径的圆均与 y 轴相切.
B. 以 AB 为直径的圆与抛物线的准线相切.
C. 以 A_1B_1 为直径的圆与直线 AB 相切于点 F .
D. 过点 M 作弦 AB 的中垂线, 交 x 轴于点 T , 则四边形 $NMTF$ 为菱形.
- 10、已知, 函数 $f(x)=(\sin x)^{\sin x}$, $g(x)=(\cos x)^{\cos x}$, 则下列说法正确的是()
A. 当 $x \in (0, \pi)$ 时, $f(x)$ 有极小值, 且极小值为 $(1/e)^e$.
B. 当 $x \in (0, \pi/4)$ 时, $f(x) < g(x)$ 恒成立.
C. 存在 x , 使得 $f(x)=2$ 有解.

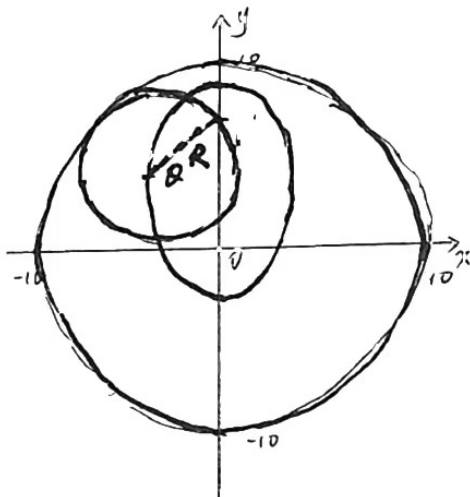
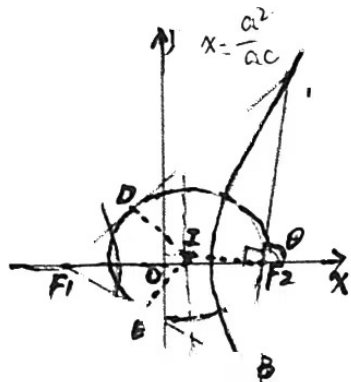


D. 当 $\sin x > 0, \cos x > 0, \sum f(x_i) \geq \sum g(x_i), (i=1, 2, 3, \dots, n.)$

11、在数轴原点 0 处放一个电子跳蚤，在 $-M$ 和 M 处设置两个挡板，跳蚤第 i 次跳动的距离为 a^i (i 为下角标.)，下列说法正确的是(



- A. 由于 $a^i \leq M$ ，所以跳蚤在挡板之间的任何位置必可右跳或左跳， n 次跳动后仍在挡板之间. (✓)
- B. 等价于存在 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n, \in \{-1, 1\}$ ，使得 $|\sum \varepsilon_i a^i| \geq M$. $|\sum \varepsilon_i a^i| \leq \sum a^i \leq M$
- C. 由 $|\sum \varepsilon_i a^i| \geq M$ ，可得 $(\sum \varepsilon_i a^i)^2 \geq M^2$. (✓)
- D. 存在 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n, \in \{-1, 1\}$ ，使得 $\sum \varepsilon_i |a^i| = \sum \varepsilon_i a^i$.
- 12、 如图所示，双曲线 $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1, (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点是 F_1, F_2 ，AB 是经过右焦点 F_2 的弦，且弦 AB 的倾斜角为 θ ，三角形 F_1AB 的内切圆，内切圆的圆心为 I ，下列说法正确的是(



- A. 内心 I 在准线上. ✓
- B. $IF_2 \perp AB$.
- C. 内心 I 的坐标为 $(a^2/c, b^2/c \cdot 1/\tan\theta)$. (✓)
- D. 内切圆半径 R 为 $b^2/\csc\theta$.

三、填空题(每小题 5 分，共 4 小题，共计 20 分.)

13、一动圆经过点 $P(0, 6)$ 并且与圆 $x^2 + y^2 = 100$ 内切，则动圆圆心 Q 的轨迹方程为()

14、已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，函数 $f(x) = x^a + \log_a x$ ，若 $f(x)$ 有且仅有两个零点，则 a 的取值范围为()

15、关于下列四个函数说法正确的是()

- ①对于函数 $f(x) = x^x$ ，函数的极大值为 $(1/e)^{(1/e)}$.
- ②对于函数 $g(x) = x^{(1-x)}$ ，函数的极小值为 $(e)^{(1/e)}$.
- ③对于函数 $u(x) = (1+1/x)^x$ ，存在正整数 n ，使得 $u(n) \leq e$. ✓
- ④对于函数 $v(x) = (1-(1/x))^x$ ，存在正整数 n ，使得 $v(n) > 1/e$. ✓
- 16、设 $x = 2023, y = 2023^{2023}$ ，且 $a_n = x^{(x^{(x^{(n)})})}$ ， $b_n = y^{(y^{(n)})}$ ，则 $\ln(a_n)/\ln(b_n)$ 的取值范围为()





四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明或演算步骤.)

17、(本小题满分 12 分)

设 $\{a_n\}$ 是由正数组成的等比数列, S_n 是其 n 项和.

(1) 证明: $[(\lg S_n + \lg S_{n+2})]/2 < \lg S_{n+1}$;

(2) 是否存在常数 $C > 0$, 使得 $[\lg (S_n - C) + \lg (S_{n+2} - C)]/2 = \lg (S_{n+1} - C)$ 成立, 并证明你的结论.

$$(1) \quad q=1; \quad S_n = na_1; \quad S_n S_{n+2} - S_{n+1}^2 = na_1(n+2)a_1^2 - n^2 a_1^3 = 2na_1^3 > 0$$

$$q > 1; \quad a_1(1-q^{n+2}) - [a_1(1-q^{n+1})]^2 / (1-q) = -a_1 q^{n+1} < 0$$

$$0 < (1-q^{n+2}) - (1-q^{n+1})^2 / (1-q) = -a_1 q^{n+1} < 0$$

$$a_1 q^{n+1} < 0$$

q

18、(本小题满分 10 分)

设有 n 个球, 每个都可以以同样的概率 $1/n$, 落到 N 个格子的每一个格子中 ($N \geq n$).

(1) 某个指定的 n 个格子中各有一个球的概率 $P(A)$.

(2) 任何 n 个格子中各有一个球的概率 $P(B)$.

(1) ?

19、(本小题满分 12 分)

早在 1671 年, 两位法国天文学家就已成功测量出地月距离, 下面是两位科学家的测量过程.

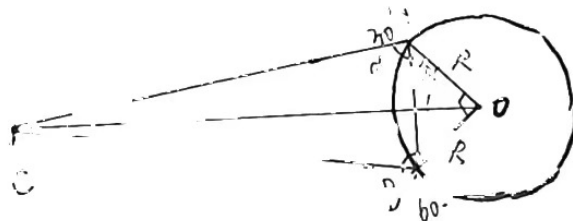
步骤一: 设 O 为地球球心, C 为月球反面一点, A, B 为地球上位于同一子午线上两点, 地球半径记作 R , 已知 A, B 两点纬度分别是 $30^\circ N, 60^\circ S$, 可知 $|AB| = \sqrt{2}R$.

步骤二: 设角 $CAB = \alpha$, 角 $CBA = \beta$, 可计算 $|AC|$

步骤三: 利用以上结果, 可计算 $|OC|$, 即地月距离.

请考生根据以上信息，建立数学模型，分别求出 $|AC|$ 和 $|OC|$ 的值。(要求：结果均用 α, β, R 表示)

2. 8/1



20、(本小题满分 12 分)

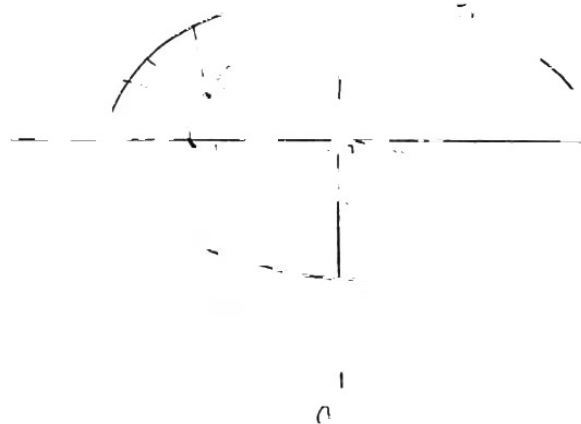
已知，在椭圆 $C_1: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, ($a > b > 0$); 内存在一点 $M(x_0, y_0)$.

(1) 求过点 M 的弦的中点的轨迹方程 C.

(2) 求 C_2 内接 n 边形面积的最大值.

$$(1) \quad x_0^2 + y_0^2$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$$



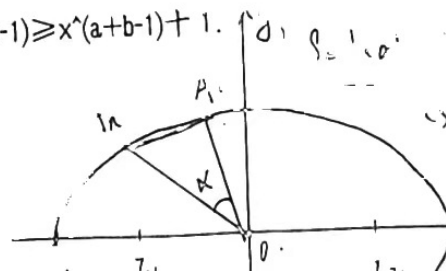
21、(本小题满分 12 分)

已知，函数 $f(x) = 1/x \ln [(e^x - x) + 1/e] / (e^{x-1} + 1)$; 且 $f(x)$ 的定义域为 $[1, +\infty)$.

(1) 求 $f(x)$ 在其定义域上的单调性.

(2) 若在函数定义域内存在实数 a, b ;

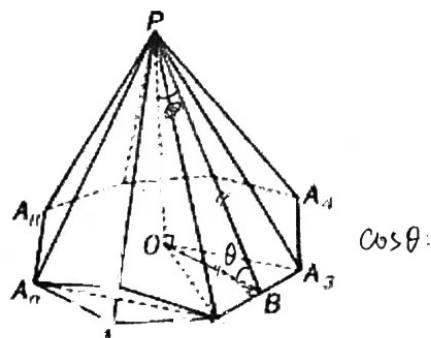
证明: $[(x^a + 1)/(x^{a-1} + 1)]^{a+b-1} + [(x^b + 1)/(x^{b-1} + 1)]^{a+b-1} \geq x^{a+b-1} + 1$.



22、(本小题满分 12 分)

已知，如图所示，正 n 棱锥 $P-A_1A_2A_3\cdots A_n$ 的底面边长为 2, ($n \geq 4$, 且 $x > OA_1$)

- (1) 设 O 为顶点在底面上的射影, B 为 A_2A_3 的中点, 连接 OB , OA_2 .
求正 n 棱锥的侧面与底面所成二面角的平面角的正弦值.
- (2) 过点 A_2 作 PA_1 的垂线, 垂足为 E , 连接 A_nE .
求正 n 棱锥相邻两侧面所成二面角的平面角的正弦值.
- (3) 当 $n \geq 6$ 时, 求正 n 棱锥所有二面角之和的取值范围.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线