# 百校联盟 2021届普通高中教育教学质量监测考试

## 全国卷　文科数学



**注意事项：**

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分，测试时间 120 分钟.
5. 考试范围：必修 1，必修 2 的 1，2 章，必修 4，必修 5，选修 1—1 的 1，3 章，选修 1—2 的 1，3 章.

## 第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A=\{x|(3x+5)(x-3)<0\}$，$B=\{x|x>2\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x|x>-\frac{5}{3}\}$　　B. $\{x|x>2\}$

C. $\{x|2<x<3\}$　　D. $\{x|-\frac{5}{3}<x<2\}$

2. $\frac{4-5i}{1+7i}=$

A. $\frac{31}{50}-\frac{33}{50}i$　　B. $-\frac{31}{50}-\frac{33}{50}i$　　C. $\frac{31}{50}+\frac{33}{50}i$　　D. $-\frac{31}{50}+\frac{33}{50}i$

3. 已知向量 $\boldsymbol{m}=(2,-1)$，$\boldsymbol{n}=(\lambda,2)$，若 $(\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n})\perp\boldsymbol{m}$，则 $\lambda=$

A. $\frac{9}{4}$　　B. $-\frac{9}{4}$　　C. $-7$　　D. $7$

4. 圆亭，为圆台体型的建筑物，《九章算术》中有如下问题："今有圆亭，下周三丈，上周二丈，高一丈"，则该圆亭的母线与底面所成角的正切值为

A. $\frac{1}{2\pi}$　　B. $2\pi$　　C. $\frac{1}{\pi}$　　D. $\pi$

5. 已知角 $\alpha$ 的顶点在原点，始边与 $x$ 轴的非负半轴重合，终边过点 $(-2,3)$，若函数 $f(x)=\frac{2x+\sin\alpha}{x-\cos\alpha}$，则

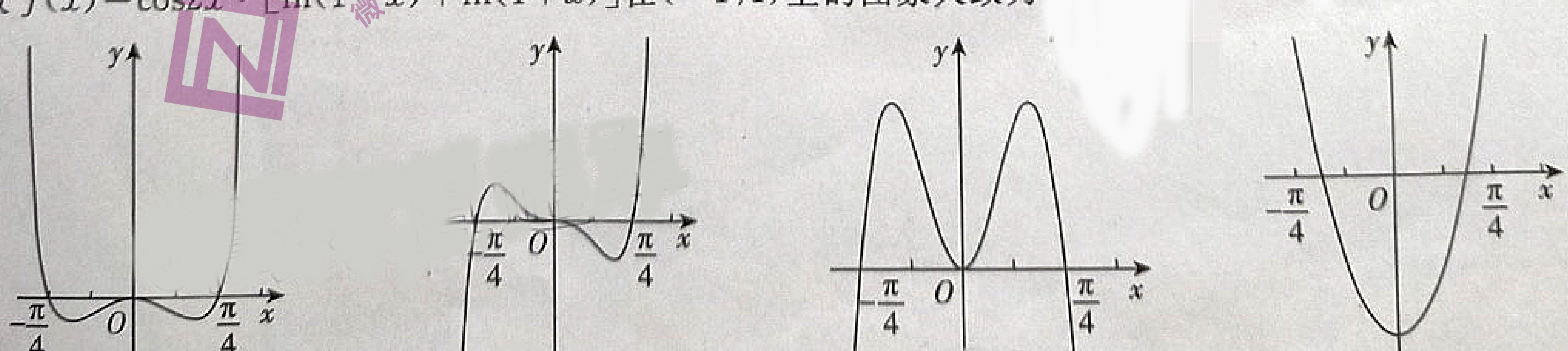
A. $f(x)$图象的对称轴为 $x=-\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　B. $f(x)$图象的对称轴为 $x=-\frac{3\sqrt{13}}{26}$

C. $f(x)$图象的对称中心为 $(-\frac{2\sqrt{13}}{13},2)$　　D. $f(x)$图象的对称中心为 $(\frac{2\sqrt{13}}{13},2)$

6. 已知 $a=0.3^{0.3}$，$b=\log_5 7$，$c=\log_{\frac{1}{3}}0.7$，则

A. $c<a<b$　　B. $a<b<c$　　C. $a<c<b$　　D. $b<c<a$

7. 函数 $f(x)=\cos 2x\cdot[\ln(1-x)+\ln(1+x)]$ 在 $(-1,1)$ 上的图象大致为



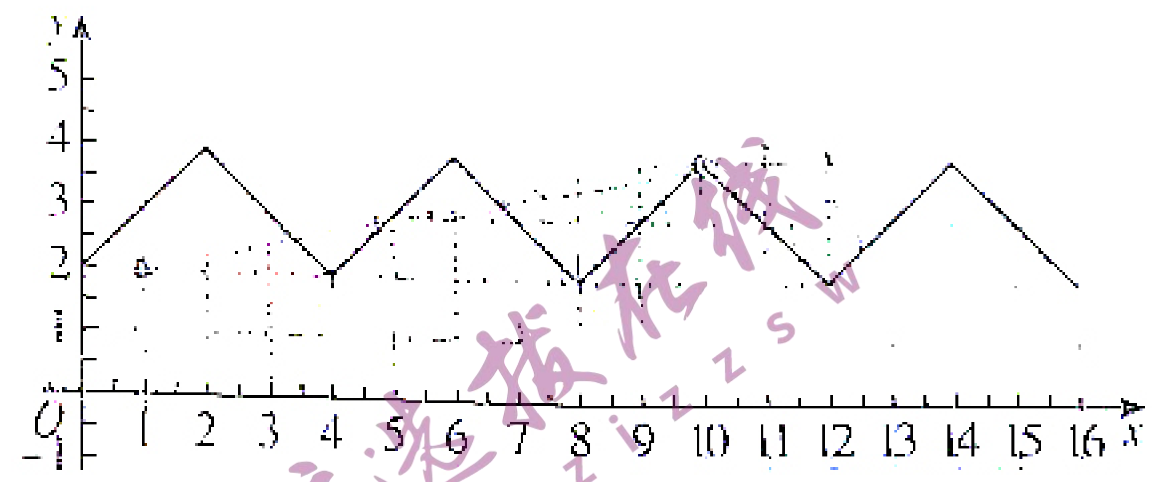

A　　B　　C　　D

8. 已知$\triangle ABC$中，点$M$是线段$BC$上靠近$B$的三等分点，$N$是线段$AC$的中点，则$\overrightarrow{BN}=$

A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}$　　　　B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{MN}$　　　　D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{MN}$

9. 已知函数$f(x)$，$g(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，且$f(x)$是周期函数，其部分图象如图所示，$g(x)=\log_m x+2(m>0$且$m\neq 1)$；若函数$h(x)=f(x)-g(x)$有5个零点，则实数$m$的取值范围为



A. $(\sqrt{6},\sqrt{10})$　　　　B. $(\sqrt{10},\sqrt{14})$

C. $[\sqrt{6},\sqrt{10})$　　　　D. $[\sqrt{10},\sqrt{14})$

10. 已知三棱锥$S-ABC$的所有棱长都相等，点$M$是线段$SB$上的动点，点$N$是线段$SC$上靠近$S$的三等分点，若$AM+MN$的最小值为$2\sqrt{13}$，则三棱锥$S-ABC$外接球的表面积为

A. $27\pi$　　　　B. $81\pi$　　　　C. $54\pi$　　　　D. $108\pi$

11. 已知函数$f(x)=2\cos(x-\frac{\pi}{6})$，将函数$f(x)$图象的横坐标缩短为原来的$\frac{1}{3}$倍后，再向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位，得到函数$g(x)$的图象，则下列说法错误的是

A. $g(x)$的周期为$\frac{2\pi}{3}$　　　　B. $g(x)$在$[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$上先减后增

C. $g(\frac{23\pi}{36}+x)=g(\frac{23\pi}{36}-x)$　　　　D. $g(x)$在$[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}]$上的最大值为1

12. 已知数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，且$S_{n+1}+2S_n=(-1)^{n+1}a_n+3n$，现有如下说法

①$a_5=a_{41}$；②$a_{2n}+a_{2n+2}=12n-1$；③$S_{40}=1220$.

则正确的个数为

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

## 第Ⅱ卷

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.**

13. 已知实数$x,y$满足$\begin{cases}x\geqslant 2\\ y\leqslant 5-x\\ y\geqslant 2x-5\end{cases}$，则$z=x-2y$的最大值为____

14. 已知命题$p:\forall x\in(0,+\infty)$，$2x^2-mx+3>0$，命题$q:m<a$；若$p$是$q$的充分不必要条件，则实数$a$的取值范围为________

15. 若曲线$y=5e^x-6x+3$的一条切线与直线$l:x-y+2=0$相互垂直，则该切线的方程为______

16. 已知体积为72的长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面$ABCD$为正方形，且$BC=3BB_1$，点$M$是线段$BC$的中点，点$N$在矩形$DCC_1D_1$内运动(含边界)，且满足$\angle AND=\angle CNM$，则点$N$的轨迹的长度为________.

**三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (本小题满分10分)

某学校抽取部分学生，对他们是否喜欢学校的午餐进行调查，所得数据如下表所示；若在被调查的学生中任意抽取1人，抽到不喜欢吃学校午餐的男生的概率为$\frac{1}{5}$.

| | 男生 | 女生 |
|---|---|---|
| 喜欢吃学校午餐 | 90 | 120 |
| 不喜欢吃学校午餐 | 60 | $m$ |

(1)求$m$的值

(2)根据以上2×2列联表，判断是否有99.9%的把握认为“性别与是否喜欢吃学校午餐”有关？下面的临界值表仅供参考：

| $P(K^2\geq k_0)$ | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

（参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.）

18.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $S_n=3n^2-7n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{\dfrac{4}{a_na_{n+1}}\}$的前 $n$ 项和 $T_n$.

19.（本小题满分 12 分）

(1)已知关于 $x$ 的不等式$(1-m)e^x+e^{-x}\geq 2$ 在$[-\ln 2,\ln 2]$上恒成立，求实数 $m$ 的取值范围；

(2)已知二次函数 $f(x)$的顶点为$(-2,0)$，且曲线 $y=f(x)$与直线 $y=2x+3$ 相切，若函数 $g(x)=\ln[f(x)-kx]$在区间$[2,+\infty)$上单调递增，求实数 $k$ 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

已知锐角$\triangle ABC$中，角 $A,B,C$ 所对的边分别为 $a,b,c$，且 $1+\sin^2C=\sin^2A-\cos(\dfrac{\pi}{2}+B)\cdot\sin C+\cos^2B$.

(1)求 $A$ 的值；

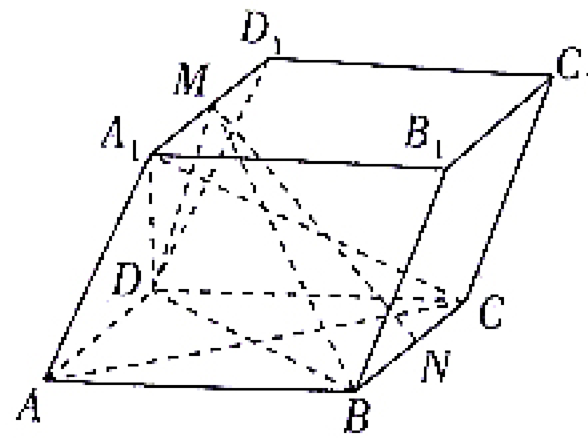
(2)若 $a=2$，求 $b+c$ 的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）

已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，四边形 $ABCD$ 为菱形，平面 $BCC_1B_1\perp$ 平面 $ABCD$，且 $\angle DA_1D_1=\angle DD_1A_1$，$M,N$ 分别是线段 $A_1D_1$，$BC$ 的中点.

(1)求证：$MN /\!/$ 平面 $ABB_1A_1$；

(2)求证：平面 $ACA_1\perp$ 平面 $MDB$.




22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+mx-m^2x^2$.

(1)若 $m=-3$，求函数 $f(x)$的极值；

(2)若函数 $f(x)$存在 2 个零点 $x_1,x_2$，且 $ex_1>ex_2>1$，求正数 $m$ 的取值范围.

# 百校联盟 2021 届普通高中教育教学质量监测考试

# 全国卷　文科数学　参考答案

1. C 【解析】依题意，$A=\{x|-\frac{5}{3}<x<3\}$，故 $A\cap B=\{x|2<x<3\}$.

2. B 【解析】依题意，$\frac{4-5i}{1+7i}=\frac{(4-5i)(1-7i)}{(1+7i)(1-7i)}=\frac{4-28i-5i-35}{50}=-\frac{31}{50}-\frac{33}{50}i$.

3. A 【解析】依题意，$\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}=(2-2\lambda,-5)$，故 $(\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n})\cdot\boldsymbol{m}=0$，即 $2\cdot(2-2\lambda)+5=0$，解得 $\lambda=\frac{9}{4}$.

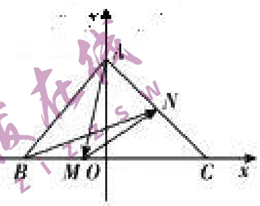
4. B 【解析】依题意，圆锥母线与底面的所成角的正切值为 $\frac{1}{\frac{3}{2\pi}-\frac{2}{2\pi}}=2\pi$.

5. C 【解析】依题意，$\sin\alpha=\frac{3\sqrt{13}}{13}$，$\cos\alpha=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，故 $f(x)=\frac{2x+\frac{3\sqrt{13}}{13}}{x+\frac{2\sqrt{13}}{13}}=2-\frac{\frac{\sqrt{13}}{13}}{x+\frac{2\sqrt{13}}{13}}$，故 $f(x)$ 的图象为中心对称图形，其对称中心为 $(-\frac{2\sqrt{13}}{13},2)$.

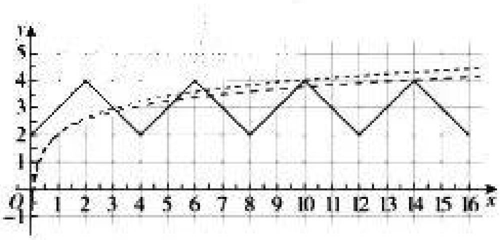
6. A 【解析】依题意，$a=0.3^{0.3}\in(0,1)$，$b=\log_3 7\in(1,+\infty)$，$c=\log_{\frac{3}{2}}0.7\in(-\infty,0)$，故 $c<a<b$.

7. A 【解析】依题意，$f(-x)=\cos2(-x)\cdot[\ln(1+x)+\ln(1-x)]=f(x)$，故函数 $f(x)$ 为偶函数，图象关于 $y$ 轴对称，排除 B；而 $f(\frac{\pi}{4})=0$，排除 D，$f(\frac{1}{2})=\cos1\cdot\ln\frac{3}{4}<0$，排除 C.

8. C 【解析】不妨设△$ABC$ 为等腰直角三角形，其中∠$BAC=90°$；以线段 $BC$ 所在直线为 $x$ 轴，线段 $BC$ 的垂直平分线 $AO$ 为 $y$ 轴，建立如图所示的平面直角坐标系；设 $AC=3\sqrt{2}$，故 $B(-3,0)$，$N(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$，故 $\overrightarrow{BN}=(\frac{9}{2},\frac{3}{2})$，$M(-1,0)$，$A(0,3)$，故 $\overrightarrow{AM}=(-1,-3)$，$\overrightarrow{MN}=(\frac{5}{2},\frac{3}{2})$，设 $\overrightarrow{BN}=x\overrightarrow{AM}+y\overrightarrow{MN}$，则 $\begin{cases}\frac{9}{2}=-x+\frac{5}{2}y\\ \frac{3}{2}=-3x+\frac{3}{2}y\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ y=2\end{cases}$，故 $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{MN}$.




9. B 【解析】显然 $m>1$；由于函数 $g(x)$ 有 5 个零点，故临界状态如图所示，则 $\begin{cases}g(10)<4\\ g(14)>4\end{cases}$，解得 $\sqrt{10}<m<\sqrt{14}$.



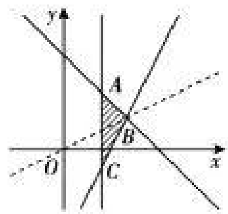

10. C 【解析】将平面 $SAB$，平面 $SBC$ 展开至同一平面，连接 $AN$ 交 $SB$ 于点 $M$，故 $AM+MN$ 的值最小为 $AN=2\sqrt{13}$；设三棱锥 $S-ABC$ 的棱长为 $3a$，则在△$SAN$ 中，∠$ASN=120°$，$SA=3a$，$SN=a$，由余弦定理，$\cos\angle ASN=\frac{SA^2+SN^2-AN^2}{2SA\cdot SN}=-\frac{1}{2}$，解得 $a=2$，所以三棱锥 $S-ABC$ 的棱长为 6；将该四面体置于正方体中，可得正方体的外接球即为四面体的外接球，故四面体的外接球半径为 $\frac{1}{2}$

$\times\sqrt{3}\times 3\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$，外接球表面积 $S=4\pi R^2=54\pi$.

11. D 【解析】将函数 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{3}$ 倍后，得到 $y=2\cos(3x-\frac{\pi}{6})$，再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后，得到 $g(x)=2\cos(3x-\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6})=-2\cos(3x+\frac{\pi}{12})$，故函数 $g(x)$ 的周期为 $\frac{2\pi}{3}$，故 A 正确；函数 $g(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2},\frac{23\pi}{36}]$ 上单调递减，在 $[\frac{23\pi}{36},\frac{3\pi}{4}]$ 上单调递增，故 B 正确；由于 $x=\frac{23\pi}{36}$ 是 $g(x)$ 图象的一条对称轴，故 C 正确；函数 $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}]$ 上的最大值为 2，故 D 错误.

12. D 【解析】依题意，$a_{n+1}=(-1)^{n+1}a_n+3n-2$，故 $a_{2k+1}=-a_{2k}+6k-2$ (1)，$a_{2k}=a_{2k-1}+6k-5$ (2)，联立两式可得，$a_{2k+1}+a_{2k-1}=3$ (3)，所以 $a_{2k+3}+a_{2k+1}=3$ (4)，故 $a_{2k+3}=a_{2k-1}$，从而 $a_1=a_5=a_9=\cdots=a_{41}$，$a_{2k}+a_{2k+1}=6k-2$，$a_{2k+2}=a_{2k+1}+6k+1$，$a_{2k}+a_{2k+2}=12k-1$；故 $S_{40}=\sum_{k=1}^{20}(6k-2)=\frac{(4+118)\times 20}{2}=1220$，故①②③正确.

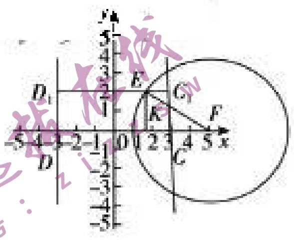
13. 4 【解析】作出不等式组所表示的平面区域如图中阴影部分所示；观察可知，当直线 $z=x-2y$ 过点 $C$ 时，$z$ 有最大值；联立 $\begin{cases}x=2\\y=2x-5\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$，故 $z=x-2y$ 的最大值为 $2+2=4$.




14. $(2\sqrt{6},+\infty)$ 【解析】依题意，$2x^2+3>mx$，则 $2x+\frac{3}{x}>m$，而 $2x+\frac{3}{x}\geqslant 2\sqrt{6}$，当且仅当 $x=\frac{\sqrt{6}}{2}$ 时等号成立，故 $m<2\sqrt{6}$；而 $p$ 是 $q$ 的充分不必要条件，即实数 $a$ 的取值范围为 $(2\sqrt{6},+\infty)$.

15. $x+y-8=0$ 【解析】依题意，$y'=5e^x-6$；设切点坐标 $(x_0,y_0)$，则 $5e^{x_0}-6=-1$，解得 $x_0=0$，故 $y_0=8$，故所求切线的方程为 $y-8=-x$，即 $x+y-8=0$.

16. $\frac{2\pi}{3}$ 【解析】依题意，$AB=BC=6$，$BB_1=2$；因为 $AD\perp$ 平面 $DCC_1D_1$，$CM\perp$ 平面 $DCC_1D_1$，$\angle AND=\angle CNM$；在 Rt$\triangle NDA$ 与 Rt$\triangle NCM$ 中，因为 $AD=6$，则 $MC=3$，故 $\tan\angle AND=\frac{AD}{ND}=\frac{MC}{NC}$，则 $\frac{6}{ND}=\frac{3}{NC}$，即 $ND=2NC$；在平面 $DCC_1D_1$ 中，以 $DC$ 所在直线为 $x$ 轴，$DC$ 的垂直平分线为 $y$ 轴建立平面直角坐标系，则 $D(-3,0)$，$C(3,0)$，$N(x,y)$，由 $ND=2NC$ 得，$\sqrt{(x+3)^2+y^2}=2\sqrt{(x-3)^2+y^2}$，整理可得：$x^2+y^2-10x+9=0$，即 $(x-5)^2+y^2=16$，故点 $N$ 的轨迹是以 $F(5,0)$ 为圆心，4 为半径的圆，设圆与 $C_1D_1$ 的交点为 $E$，作 $EK\perp x$ 轴于 $K$，$E(5-2\sqrt{3},2)$，$K(5-2\sqrt{3},0)$，则 $EK=2$，$KF=2\sqrt{3}$，$EF=4$，则 $\sin\angle EFK=\frac{EK}{EF}=\frac{1}{2}$，故 $\angle EFK=\frac{\pi}{6}$，故点 $N$ 的轨迹的长度为 $\alpha r=\frac{\pi}{6}\times 4=\frac{2\pi}{3}$.




17. 【解析】(1) 依题意，总共调查的人数为 $\frac{60}{\frac{1}{5}}=300$，…………………………………… 3 分

故 $m=300-90-120-60=30$. …………………………………… 5 分

(2) 在本次实验中，$K^2$ 的观测值 $k_0=\frac{300\times(90\times 30-120\times 60)^2}{150\times 150\times 210\times 90}\approx 14.286>10.828$，…………………… 8 分

故有 99.9% 的把握认为“性别与是否喜欢吃学校午餐”有关. …………………………………… 10 分

18. 【解析】(1) 当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=-4$；…………………………………… 2 分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=3n^2-7n-3(n-1)^2+7(n-1)=6n-10$；…………………… 5 分

故 $a_n=6n-10$，$n\in\mathbf{N}^*$；…………………………………… 6 分

(2) 依题意，$\frac{4}{(6n-10)(6n-4)}=\frac{1}{(3n-5)(3n-2)}=\frac{1}{3}(\frac{1}{3n-5}-\frac{1}{3n-2})$，…………………… 8 分

故 $T_n=\frac{1}{3}(\frac{1}{-2}-\frac{1}{1}+\frac{1}{1}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{3n-5}-\frac{1}{3n-2})=\frac{1}{3}(\frac{1}{-2}-\frac{1}{3n-2})=\frac{n}{2(2-3n)}$. ……… 12 分

19.【解析】(1)依题意,$(1-m)e^x+e^{-x}\geqslant 2$,故 $\frac{1}{e^{2x}}-\frac{2}{e^x}+1\geqslant m$, …………………………………………… 1 分

令 $\frac{1}{e^x}=t$,因为 $x\in[-\ln 2,\ln 2]$,故 $t\in[\frac{1}{2},2]$, ……………………………………………………… 2 分

则 $t^2-2t+1\geqslant m$,因为 $t\in[\frac{1}{2},2]$,故 $m\leqslant 0$. ……………………………………………………… 4 分

即实数 $m$ 的取值范围为 $(-\infty,0]$; ……………………………………………………………………… 5 分

(2)设 $f(x)=a(x+2)^2$,将 $y=2x+3$ 代入,得 $2x+3=ax^2+4ax+4a$,

即 $ax^2+(4a-2)x+4a-3=0$,$\Delta=(4a-2)^2-4a(4a-3)=0$,

解得 $a=1$,于是 $f(x)=x^2+4x+4$, ……………………………………………………………………… 8 分

$g(x)=\ln[f(x)-kx]=\ln[x^2+(4-k)x+4]$,

要使函数 $g(x)$ 在区间 $[2,+\infty)$ 上单调递增,

则必须满足 $\begin{cases}-\frac{4-k}{2}\leqslant 2\\ 2^2+(4-k)\times 2+4>0\end{cases}$, …………………………………………………… 10 分

解得 $k<8$,故实数 $k$ 的取值范围为 $(-\infty,8)$. ……………………………………………………… 12 分

20.【解析】(1)依题意,$\sin^2C+\sin^2B-\sin^2A=\sin B\sin C$, …………………………………………… 2 分

则 $b^2+c^2-a^2=bc$,故 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{bc}{2bc}=\frac{1}{2}$, ……………………………………………… 4 分

而 $A\in(0,\frac{\pi}{2})$,故 $A=\frac{\pi}{3}$; ……………………………………………………………………… 5 分

(2)由正弦定理,$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$,

故 $b=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B$,$c=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin C$, ……………………………………………………………… 6 分

且 $B+C=\pi-A=\frac{2\pi}{3}$,

故 $b+c=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B+\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin C=\frac{4\sqrt{3}}{3}[\sin B+\sin(\frac{2\pi}{3}-B)]=4\sin(B+\frac{\pi}{6})$, ……………… 8 分

又 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,则 $\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2}\\ 0<\frac{2\pi}{3}-B<\frac{\pi}{2}\end{cases}$,故 $B\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$, ……………………… 9 分

故 $B+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$,故 $\sin(B+\frac{\pi}{6})\in(\frac{\sqrt{3}}{2},1]$, …………………………………………… 11 分

则 $4\sin(B+\frac{\pi}{6})\in(2\sqrt{3},4]$,故 $b+c$ 的取值范围为 $(2\sqrt{3},4]$. ……………………………… 12 分

21.【解析】(1)连结 $A_1B$,四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$A_1B_1C_1D_1$,$BB_1C_1C$ 是平行四边形,

$\therefore A_1D_1 /\!/ B_1C_1$,$BC /\!/ B_1C_1$,且 $A_1D_1=B_1C_1$,$BC=B_1C_1$, ……………………………………… 2 分

又点 $M,N$ 分别为线段 $A_1D_1$,$BC$ 的中点,$\therefore MA_1 /\!/ NB$,$MA_1=NB$,

所以四边形 $MA_1BN$ 是平行四边形; ………………………………………………………………………… 4 分

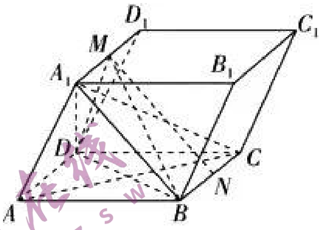
$\therefore MN /\!/ A_1B$,又 $\because MN\not\subset$ 平面 $ABB_1A_1$,$A_1B\subset$ 平面 $ABB_1A_1$,

$\therefore MN /\!/$ 平面 $ABB_1A_1$. ……………………………………………………………………………… 6 分

(2)四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,四边形 $AA_1D_1D$ 是平行四边形,

$\therefore AD /\!/ A_1D_1$,在 $\triangle DA_1D_1$ 中,$\angle DA_1D_1=\angle DD_1A_1$,$DA_1=DD_1$,

点 $M$ 为线段 $A_1D_1$ 的中点,




$\therefore DM\perp A_1D_1$，…………………………………………………… 7 分

又$\because AD/\!/A_1D_1$，$\therefore DM\perp AD$，…………………………………… 8 分

又$\because$平面 $BCC_1B_1\perp$平面 $ABCD$，故平面 $A_1ADD_1\perp$平面 $ABCD$，

而平面 $A_1ADD_1\cap$平面 $ABCD=AD$，$DM\subset$平面 $A_1ADD_1$，

$\therefore DM\perp$平面 $ABCD$；…………………………………………………… 9 分

又 $AC\subset$平面 $ABCD$，$\therefore DM\perp AC$；

$\because$底面 $ABCD$ 是菱形，$\therefore BD\perp AC$，…………………………………………… 10 分

又$\because BD\cap DM=D$，$BD,DM\subset$平面 $MDB$，$\therefore AC\perp$平面 $MDB$．………………… 11 分

而 $AC\subset$平面 $ACA_1$，故平面 $ACA_1\perp$平面 $MDB$．…………………………………… 12 分

22.【解析】(1)依题意，$f(x)=\ln x-3x-9x^2$，$x\in(0,+\infty)$，

$f'(x)=\dfrac{1}{x}-3-18x=-\dfrac{18x^2+3x-1}{x}=-\dfrac{(6x-1)(3x+1)}{x}$，…………………………… 2 分

令 $f'(x)=0$，解得 $x=\dfrac{1}{6}$，故当 $x\in(0,\dfrac{1}{6})$时，$f'(x)>0$，

当 $x\in(\dfrac{1}{6},+\infty)$时，$f'(x)<0$，…………………………………………………… 4 分

故当 $x=\dfrac{1}{6}$时，函数 $f(x)$有极大值 $f(\dfrac{1}{6})=-\ln 6-\dfrac{3}{4}$，无极小值；………………………… 5 分

(2)因为 $ex_1>ex_2>1$，故函数 $f(x)=\ln x+mx-m^2x^2$ 有两个大于$\dfrac{1}{e}$的零点，

$f'(x)=-2m^2x+\dfrac{1}{x}+m=-\dfrac{(2mx+1)(mx-1)}{x}$，…………………………………………… 7 分

因为 $m>0$，则当 $x\in(0,\dfrac{1}{m})$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增；当 $x\in(\dfrac{1}{m},+\infty)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；

…………………………………………………………………………………… 8 分

又当 $x\to+\infty$时，$f(x)\to-\infty$，所以要使函数 $f(x)$在$(\dfrac{1}{e},+\infty)$有两个零点，

则$\begin{cases} f(\dfrac{1}{e})=-\dfrac{m^2}{e^2}-1+\dfrac{m}{e}<0 \\ f(\dfrac{1}{m})=-\ln m>0 \\ \dfrac{1}{m}>\dfrac{1}{e} \end{cases}$，…………………………………………… 10 分

解得 $0<m<1$；故实数 $m$ 的取值范围是$(0,1)$．…………………………………………… 12 分

# 关于我们

**自主选拔在线**（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 ‘’专业、专注、有态度 ‘’ 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。

微信搜一搜

自主选拔在线