合肥市2021年高三第三次教学质量检测

数学试题（理科）

（考试时间：120分钟　满分：150分）

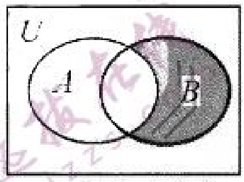
注意事项：

1. 答题前，务必在答题卡和答题卷规定的地方填写自己的姓名、准考证号和座位号后两位。
2. 答第Ⅰ卷时，每小题选出答案后，用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第Ⅱ卷时，必须使用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卷上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卷规定的位置绘出，确认后再用0.5毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束，务必将答题卡和答题卷一并上交。

第Ⅰ卷　（满分60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，满分60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知全集$U=R$，集合$A=\left\{x\left|x^2-2x-3>0\right.\right\}$与$B=\left\{x\left|x=2k-1,\ k\in Z\right.\right\}$关系的Venn图如图所示，则阴影部分表示集合的元素共有



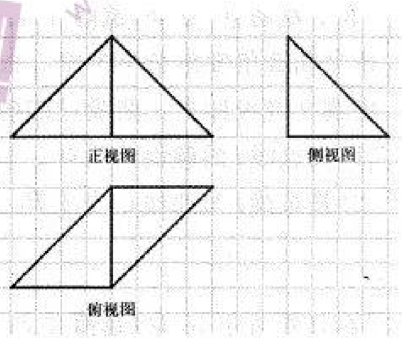
A.1个　　B.2个

C.3个　　D.4个

2.设$z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}+\mathrm{i}$（i是虚数单位），则$|z|=$

A.$\dfrac{1}{2}$　　B.$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C.1　　D.$\sqrt{2}$

3.如图，网格纸中小正方形的边长为1，粗实线画出的是一个几何体的三视图，则该几何体最长棱的长度为



A.$4\sqrt{3}$　　B.$4\sqrt{2}$

C.$8\sqrt{2}$　　D.8

4.在平面直角坐标系中，已知点P（$\cos t,\ \sin t$），A（2，0），当t由$\dfrac{\pi}{3}$变化到$\dfrac{2\pi}{3}$时，线段AP扫过形成图形的面积等于

A. 2　　B.$\dfrac{\pi}{3}$　　C.$\dfrac{\pi}{6}$　　D.$\dfrac{\pi}{12}$

5.已知曲线$C: y=\cos 2x$，曲线$E: y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，则下面结论正确的是

A.把 C 上各点横坐标伸长到原来 2 倍(纵坐标不变)后，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到曲线 E

B.把 C 上各点横坐标伸长到原来 2 倍(纵坐标不变)后，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到曲线 E

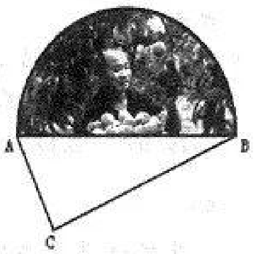
C.把 C 上各点横坐标缩短到原来 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变)后，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到曲线 E

D.把 C 上各点横坐标缩短到原来 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变)后，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到曲线 E

6.若函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & 0<x<2,\\ 4-x, & x\geq 2\end{cases}$ 满足 $f(a)=f(2^a)$，则 $f(2a)$ 的值等于

A.2　　B.0　　C.-2　　D.-4

7.右图上半部分为一个油桃园.每年油桃成熟时，园主都要雇佣人工采摘，然后沿两条路径将采摘好的油桃迅速地运送到水果集散地 C 处销售.路径 1：先将油桃集中到 A 处，再沿公路 AC 运送；路径 2：先将油桃集中到 B 处，再沿公路 BC 运送.已知 $AC=3\text{km}$，$BC=4\text{km}$.为了减少运送时间，园主在油桃园中画定了一条界线，使得位于界线一侧的采摘工按路径 1 运送路程较近，另一侧的采摘工按路径 2 运送路程较近.若这条界线是曲线 E 的一部分，则曲线 E 为



A.圆　　B.椭圆　　C.双曲线　　D.抛物线

8.已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为实数，公比为 q，则下列结论错误的是

A.若 $a_1a_2>0$，则 $a_2a_3>0$　　B.若 $a_1+a_2<0$，且 $a_1+a_3<0$，则 $q>-1$

C.若 $a_{n+1}>a_n>0$，则 $a_n+a_{n+2}>2a_{n+1}$　　D.若 $a_na_{n+1}<0$，则 $(a_{n+1}-a_n)(a_{n+1}-a_{n+2})<0$

9.某市抗洪指挥部接到最新雨情通报，未来 24h 城区拦洪坝外洪水将超过警戒水位，因此需要紧急抽调工程机械加高加固拦洪坝.经测算，加高加固拦洪坝工程需要调用 20 台某型号翻斗车，每辆翻斗车需要平均工作 24h.而抗洪指挥部目前只有一辆翻斗车可立即投入施工，其余翻斗车需要从其他施工现场抽调.若抽调的翻斗车每隔 20 min 才有一辆到达施工现场投入工作，要在 24h 内完成拦洪坝加高加固工程，指挥部至少还需要抽调这种型号翻斗车

A.25 辆　　B.24 辆　　C.23 辆　　D.22 辆

10.已知圆 C：$x^2+y^2+4x+1=0$，过圆外一点 P 作圆 C 的切线，切点为 A.若 $|PA|=\sqrt{2}|PO|$（O 为坐标原点)，则 $|PC|$ 的最小值为

A.4　　B.$4-\sqrt{2}$　　C.$4-\sqrt{3}$　　D.$4-\sqrt{5}$

11.已知函数 $f(x)=x\ln\frac{a}{x}+ae^x$，$g(x)=-x^2+x$，当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)\geq g(x)$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是

A.$\left[\frac{1}{e^2},+\infty\right)$　　B.$\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$　　C.$[1,+\infty)$　　D.$[e,+\infty)$

12.几何中常用 $|L|$ 表示 L 的测度，当 L 为曲线、平面图形和空间几何体时，$|L|$ 分别对应其长度、面积和体积.在 ΔABC 中，$AB=3$，$BC=4$，$AC=5$，P 为 ΔABC 内部一动点(含边界)，在空间中，到点 P 的距离为 1 的点的轨迹为 L，则 $|L|$ 等于

A.$6\pi+12$　　B.$\frac{22\pi}{3}+6$　　C.$\frac{20}{3}\pi+12$　　D.$\frac{22\pi}{3}+12$

第II卷　(90分)

本卷包括必考题和选考题两部分.第13题—第21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，满分20分.把答案填在答题卡上的相应位置.

13.已知ΔABC的重心为G，若$\overrightarrow{BG}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则$x-y=$__________.

14.已知抛物线C：$y^2=2px\,(p>0)$的焦点为F，直线$y=4$与y轴的交点为P，与抛物线C的交点为Q，且$|QF|=2|PQ|$，则抛物线C的方程为______________.

15.为庆祝中国共产党成立100周年，某校以班级为单位组织开展"走进革命老区，学习党史文化"研学游活动.该校高一年级部10个班级分别去3个革命老区开展研学游，每个班级只去1个革命老区，每个革命老区至少安排3个班级，则不同的安排方法共有__________种(用数字作答).

16.天文学家卡西尼在研究土星及其卫星的运行规律时发现：平面内到两个定点的距离之积为常数的点的轨迹是卡西尼卵形线(Cassini Oval).在平面直角坐标系中，设定点为$F_1(-c,\ 0)$，$F_2(c,\ 0)$，点O为坐标原点，动点$P(x,\ y)$满足$|PF_1|\cdot|PF_2|=a^2$($a\geq0$且为常数)，化简得曲线E：$x^2+y^2+c^2=\sqrt{4x^2c^2+a^4}$.下列四个命题中，正确命题的序号是______________.

(将你认为正确的命题的序号都填上)

①曲线E既是中心对称又是轴对称图形；

②当$a=c$时，$|PO|$的最大值为$\sqrt{2}a$；

③$|PF_1|+|PF_2|$的最小值为$2a$；

④ΔF_1PF_2面积的最大值为$\frac{1}{2}a^2$.

三、解答题：本大题共6小题，满分70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分12分)

在ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，$\frac{a}{b}=\sqrt{2}\sin\left(C+\frac{\pi}{4}\right)$.

(1)求B；

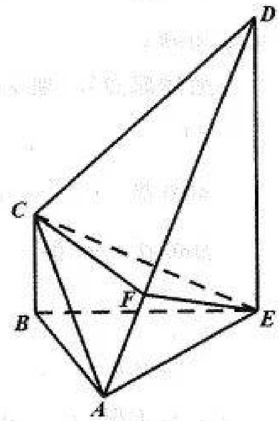
(2)若$b^2=\left(2-\sqrt{2}\right)ac$，$c=2$，求$\Delta ABC$的面积.

18.(本小题满分12分)

如图，在四棱锥$A-BCDE$中，$BC\perp$平面ABE，且$DE\ /\!/\ BC$，$DE=3BC=6$，$\angle BAC=45^\circ$，$\angle DAE=\angle ABE=60^\circ$.

(1)求证：$AE\perp AC$；

(2)设F为棱AD上一点，且$AB\ /\!/$平面CEF，求二面角$D-CF-E$的大小.



19.(本小题满分 12 分)

某中学组织学生前往电子科技产业园，学习加工制造电子产品.该电子产品由 A 、 B 两个系统组成，其中 A 系统由 3 个电子元件组成， B 系统由 5 个电子元件组成.各个电子元件能够正常工作的概率均为 $p\,(0<p<1)$，且每个电子元件能否正常工作相互独立.每个系统中有超过一半的电子元件正常工作，则该系统可以正常工作，否则就需要维修.

(1) 当 $p=\dfrac{1}{2}$ 时，每个系统维修费用均为 200 元.设 ξ 为该电子产品需要维修的总费用，求 ξ 的分布列与数学期望;

(2) 当该电子产品出现故障时，需要对该电子产品 A，B 两个系统进行检测.从 A ， B 两个系统能够正常工作概率的大小判断，应优先检测哪个系统?

20.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2\ln x-a(x-1)$.

(1) 若 $f(x)\le 0$ ，求实数 a 的值;

(2) 求证： $\dfrac{\left[1+(n+1)^2\right]\cdot\left[2+(n+1)^2\right]\cdots\left[n+(n+1)^2\right]}{(n+1)^{2n}}<\sqrt{e}\,(n\in N^*)$.

21.(本小题满分 12 分)

已知点 D 是圆 $Q:(x+4)^2+y^2=72$ 上一动点，点 $A(4,0)$，线段 AD 的中垂线交 DQ 于点 B .

(1) 求动点 B 的轨迹方程 C ;

(2) 定义:两个离心率相等的圆锥曲线为“相似”曲线.若关于坐标轴对称的曲线 T 与曲线 C 相似，且焦点在同一条直线上，曲线 T 经过点 $E(-3,0)$ ， $F(3,0)$.过曲线 C 上任一点 P 向曲线 T 作切线，切点分别为 M，N ，这两条切线 PM，PN 分别与曲线 C 交于点 G，H (异于点 P).

证明： $\dfrac{|MN|}{|GH|}$ 是一个定值，并求出这个定值.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答.注意：只能做所选定的题目，如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时，请用 2B 铅笔在答题卡上，将所选题号对应的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) **选修 4-4：坐标系与参数方程**

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 过点 $M(1,2)$. 以坐标原点为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\cos^2\theta=4\sin\theta$.

(1) 设直线 l 的倾斜角为 α ，写出其参数方程，并求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 P，Q 两点，且线段 PQ 的中点为 M ，求直线 l 的方程.

23. (本小题满分 10 分) **选修 4-5：不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|x+a|+2|x-1|$.

(1) 当 $a=2$ 时，解不等式 $f(x)\le 4$;

(2) 若存在 $x\in[1,2]$，使得不等式 $f(x)>x^2$ 成立，求实数 a 的取值范围.

合肥市2021年高三第三次教学质量检测

数学试题（理科）参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	A	C	A	A	C	D	C	D	B	D

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. -1　　14. $y^2=8x$　　15. 12600　　16. ①②④

三、解答题：

17.（本小题满分12分）

解：(1)由 $\frac{a}{b}=\sqrt{2}\sin\left(C+\frac{\pi}{4}\right)$ 得 $a=b(\sin C+\cos C)$.

由正弦定理得 $\sin A=\sin B(\sin C+\cos C)$，即 $\sin(B+C)=\sin B(\sin C+\cos C)$，

$\therefore \cos B\sin C=\sin B\sin C$.

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，$\sin C>0$，$\therefore \cos B=\sin B$，即 $\tan B=1$.

$\because B\in(0,\ \pi)$，$\therefore B=\frac{\pi}{4}$. ……………………………5分

(2)由余弦定理得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，即 $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\therefore b^2=a^2+c^2-\sqrt{2}ac$.

又 $\because b^2=\left(2-\sqrt{2}\right)ac$，$\therefore a^2+c^2=2ac$，即 $a=c$.

由(1)知 $B=\frac{\pi}{4}$，又 $\because c=2$，$\therefore \triangle ABC$ 面积 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$. ……………………12分

18.（本小题满分12分）

(1) 证明：$\because DE\ /\!/\ BC$，$BC\perp$ 平面 ABE，$\therefore DE\perp$ 平面 ABE.

又 $\because AE\subset$ 平面 ABE，$\therefore DE\perp AE$.

在 $Rt\triangle ADE$ 中，由 $\angle DAE=60^\circ$，$DE=6$ 得，$AE=2\sqrt{3}$.

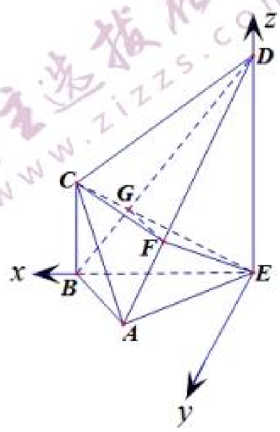
又 $\angle BAC=45^\circ, BC\perp AB, \therefore AB=BC=2$.

在 $\triangle ABE$ 中，$AE^2=AB^2+BE^2-2AB\cdot BE\cos\angle ABE$，解得 $BE=4$.

$\therefore BE^2=AB^2+AE^2$，即 $AB\perp AE$.

而 $BC\perp AE$，$\therefore AE\perp$ 平面 ABC.

又 $\because AC\subset$ 平面 ABC，$\therefore AE\perp AC$ ……………………………5分



(2) 解：连接 BD 交 CE 于点 G，连接 FG.

$\because AB\ /\!/$ 平面 CEF，平面 $ABD\cap$ 平面 $CEF=FG$，

$\therefore AB\ /\!/\ FG$，$\therefore \frac{AF}{FD}=\frac{BG}{GD}$.

在直角梯形 $BCDE$ 中，$\triangle BCG\sim\triangle DEG$，$\therefore \frac{BG}{GD}=\frac{BC}{DE}=\frac{1}{3}$，$\therefore \frac{AF}{FD}=\frac{1}{3}$.

如图，以 E 为坐标原点，EB，ED 所在的直线分别为 x 轴，z 轴建立空间直角坐标系，则 $E(0,\ 0,\ 0)$，$D(0,\ 0,\ 6)$，$C(4,\ 0,\ 2)$.

又 $\because A(3,\sqrt{3},0)$，$\therefore \overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}=\left(-\frac{3}{4},-\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3}{2}\right)$，$\therefore F\left(\frac{9}{4},\frac{3\sqrt{3}}{4},\frac{3}{2}\right)$，

$\therefore \overrightarrow{CF}=\left(-\frac{7}{4},\frac{3\sqrt{3}}{4},-\frac{1}{2}\right)$，$\overrightarrow{DC}=(4,0,-4)$.

令平面 CDF 的一个法向量为 $\overrightarrow{m}=(x,\ y,\ z)$，由 $\begin{cases}\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{m}=0,\\ \overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{m}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-7x+3\sqrt{3}y-2z=0,\\ x-z=0.\end{cases}$

取 $x=1$，得 $\overrightarrow{m}=\left(1,\ \sqrt{3},\ 1\right)$.

同理，平面 CEF 的一个法向量为 $\vec{n}=\left(3,\ \sqrt{3},\ -6\right)$，

$\therefore \cos<\overrightarrow{m},\ \vec{n}>=\dfrac{\overrightarrow{m}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{m}|\cdot|\vec{n}|}=0$，即二面角 $D-CF-E$ 的大小为 $\dfrac{\pi}{2}$. ……………………………12 分

19.(本小题满分 12 分)

解：(1) A 系统需要维修的概率为 $C_3^1\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{2}$，

B 系统需要维修的概率为 $C_5^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+C_5^1\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^4+\left(\dfrac{1}{2}\right)^5=\dfrac{1}{2}$，

设 X 为该电子产品需要维修的系统个数，则 $X\sim B\left(2,\ \dfrac{1}{2}\right)$，$\xi=200X$.

$P(\xi=200k)=P(X=k)=C_2^k\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^k\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2-k}\ (k=0,1,2)$,

$\therefore \xi$ 的分布列为

ξ	0	200	400
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$\therefore E\xi=200\times2\times\dfrac{1}{2}=200$. ……………………………6 分

(2) A 系统 3 个元件至少有 2 个正常工作的概率为 $P_A=C_3^2p^2(1-p)+p^3=-2p^3+3p^2$，$B$ 系统 5 个元件至少有 3 个正常工作的概率为 $P_B=C_5^3p^3(1-p)^2+C_5^4p^4(1-p)+p^5=6p^5-15p^4+10p^3$，则

$f(p)=P_B-P_A=6p^5-15p^4+12p^3-3p^2=3p^2(p-1)^2(2p-1)$.

$\because 0<p<1$.令 $f(p)>0$，解得 $\dfrac{1}{2}<p<1$.

所以，当 $\dfrac{1}{2}<p<1$ 时，B 系统比 A 系统正常工作的概率大，当该产品出现故障时，优先检测 A 系统；

当 $0<p<\dfrac{1}{2}$ 时，A 系统比 B 系统正常工作的概率大，当该产品出现故障时，优先检测 B 系统；

当 $p=\dfrac{1}{2}$ 时，A 系统与 B 系统正常工作的概率相等，当该产品出现故障时，A，B 系统检测不分次序.

……………………………12 分

20.(本小题满分 12 分)

解：(1) $f(x)=2\ln x-a(x-1)$，则 $f'(x)=\dfrac{2}{x}-a=\dfrac{2-ax}{x}$.

①当 $a\le0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

$\because f(1)=0$，$\therefore$ 当 $x>1$ 时，$f(x)>f(1)=0$，不符合题意，舍去；

②当 $0<a<2$ 时，$\dfrac{2}{a}>1$，由 $f'(x)>0$ 得，$0<x<\dfrac{2}{a}$，由 $f'(x)<0$ 得，$x>\dfrac{2}{a}$.

$\therefore f(x)$ 在 $\left(0,\ \dfrac{2}{a}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\dfrac{2}{a},+\infty\right)$ 上单调递减.

$\because f(1)=0$，$\therefore$ 当 $x\in\left(1,\dfrac{2}{a}\right)$ 时，$f(x)>f(1)=0$，不符合题意，舍去；

③当$a=2$时，$\frac{2}{a}=1$，由$f'(x)>0$得，$0<x<1$；由$f'(x)<0$得，$x>1$.

$\therefore f(x)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减.

又$\because f(1)=0$，$\therefore f(x)\le 0$成立.

④当$a>2$时，$\frac{2}{a}<1$，由$f'(x)>0$得，$0<x<\frac{2}{a}$，由$f'(x)<0$得，$x>\frac{2}{a}$.

$\therefore f(x)$在$\left(0,\frac{2}{a}\right)$上单调递增，在$\left(\frac{2}{a},+\infty\right)$上单调递减.

$\because f(1)=0$，$\therefore$当$x\in\left(\frac{2}{a},1\right)$时，$f(x)>f(1)=0$，不符合题意，舍去;

综上得，$a=2$. ……………………………6分

(2) 由(1)知，当$a=2$时，$f(x)<0$在$(1,+\infty)$上成立，即$\ln x<x-1$.

令$x=1+\frac{k}{(n+1)^2}$ $(k=1,2,\cdots,n)$，则$\ln\left[1+\frac{k}{(n+1)^2}\right]<\frac{k}{(n+1)^2}$，

$$\therefore \sum_{k=1}^{n}\ln\left[1+\frac{k}{(n+1)^2}\right]=\ln\left\{\left[1+\frac{1}{(n+1)^2}\right]\cdot\left[1+\frac{2}{(n+1)^2}\right]\cdots\cdots\left[1+\frac{n}{(n+1)^2}\right]\right\}$$

$$<\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{2}{(n+1)^2}+\cdots+\frac{n}{(n+1)^2}=\frac{n(n+1)}{2(n+1)^2}=\frac{n}{2(n+1)}=\frac{1}{2\left(1+\frac{1}{n}\right)}<\frac{1}{2},$$

即$\ln\left\{\frac{\left[1+(n+1)^2\right]\cdot\left[2+(n+1)^2\right]\cdots\left[n+(n+1)^2\right]}{(n+1)^{2n}}\right\}<\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{\left[1+(n+1)^2\right]\left[2+(n+1)^2\right]\cdots\left[n+(n+1)^2\right]}{(n+1)^{2n}}<\sqrt{e}\,(n\in N^*)$. ……………………………12分

21.(本小题满分12分)

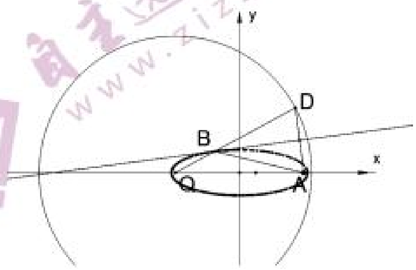
解：(1)由题意知$BQ+BA=BQ+BD=DQ=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$，且$6\sqrt{2}>AQ=8$，

根据椭圆的定义得，交点B的轨迹是一个以A，Q为焦点的椭圆.

$2a=6\sqrt{2}$，$2c=8$，

$\therefore b^2=a^2-c^2=18-16=2$，

$\therefore$曲线C的方程为$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{2}=1$. ……………………………4分



(2)由曲线T与曲线C相似，且它们的焦点在同一条直线上，曲线T经过点$E(-3,0)$，$F(3,0)$，可设曲线T的方程为$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{2}=\lambda\ (\lambda>0)$.将点$F(3,0)$坐标代入上式得，$\lambda=\frac{1}{2}$，

$\therefore$曲线T的方程为$\frac{x^2}{9}+y^2=1$.

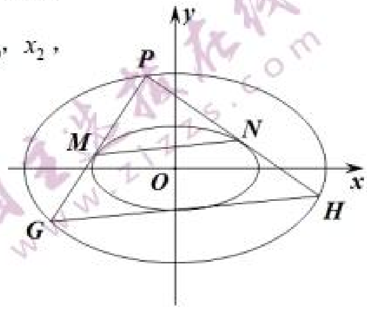
设$P(x_0,y_0)$，$M(x_1,y_1)$，$G(x_2,y_2)$.

①当切线PG的斜率不存在时，切线PG的方程为：$x=\pm3$，代入$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{2}=1$得$y=\pm1$，此时$PH$与曲线$T$相切，$M$为$PG$的中点，$N$为$PH$的中点，$\frac{|MN|}{|GH|}=\frac{1}{2}$是一个定值;

同理可求，当切线PH的斜率不存在时，$\frac{|MN|}{|GH|}=\frac{1}{2}$也是一个定值.

②当切线PG和PH的斜率都存在时，设切线PG的方程为：$y=kx+m$，分别代入$\frac{x^2}{9}+y^2=1$和$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{2}=1$，

化简整理得$(9k^2+1)x^2+18kmx+9m^2-9=0$①，$(9k^2+1)x^2+18kmx+9m^2-18=0$②.



由题意知，方程①有两个相等的实数根x_1；方程②有两个不相等的实数根x_0，x_2，

$\therefore x_1+x_1=x_0+x_2=-\frac{18km}{9k^2+1}$，$\therefore x_0+x_2=2x_1$，

$\therefore y_0+y_2=k(x_0+x_2)+2m=2kx_1+2m=2y_1$，

此时，M为PG的中点.

同理可证，N为PH的中点，$\frac{|MN|}{|GH|}=\frac{1}{2}$是一个定值.

综上可知，$\frac{|MN|}{|GH|}=\frac{1}{2}$是一个定值. ……………………………12分

22.（本小题满分10分）

(1)直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数）. 由$\rho\cos^2\theta=4\sin\theta$得，$\rho^2\cos^2\theta=4\rho\sin\theta$，

∴曲线C的直角坐标方程为$x^2=4y$. ……………………………5分

(2)将直线l的参数方程$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$代入$x^2=4y$，并整理得$t^2\cdot\cos^2\alpha+(2\cos\alpha-4\sin\alpha)t-7=0$.

设点P,Q对应的参数分别为t_1,t_2，

由线段PQ的中点为M得$t_1+t_2=0$，即$-\frac{2\cos\alpha-4\sin\alpha}{\cos^2\alpha}=0$，

∴直线l的斜率$k=\tan\alpha=\frac{1}{2}$.

∴直线l的方程为$y-2=\frac{1}{2}(x-1)$，即$x-2y+3=0$. ……………………………10分

23.（本小题满分10分）

解：(1)当$a=2$时，$f(x)=|x+2|+2|x-1|$.

当$x\le-2$时，$f(x)=-x-2-2x+2\le4$，解得$x\ge-\frac{4}{3}$，结合$x\le-2$得，解集为$\varnothing$；

当$-2<x\le1$时，$f(x)=x+2-2x+2\le4$，解得$x\ge0$，结合$-2<x\le1$得，$0\le x\le1$；

当$x>1$时，$f(x)=x+2+2x-2\le4$，解得$x\le\frac{4}{3}$，结合$x>1$得，$1<x\le\frac{4}{3}$.

∴原不等式的解集为$\left[0,\frac{4}{3}\right]$. ……………………………5分

(2)当$1\le x\le2$时，$|x+a|+2|x-1|>x^2$可化为$|x+a|>x^2-2x+2$，

$\therefore x+a>x^2-2x+2$或$x+a<-x^2+2x-2$，

即存在$x\in[1,2]$，使得$a>x^2-3x+2$，或$a<-x^2+x-2$.

$\therefore a>-\frac{1}{4}$，或$a<-2$，

∴实数a的取值范围为$(-\infty,-2)\cup\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)$. ……………………………10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》