北京市西城区 2018 — 2019 学年度第一学期期末

高三数学（文科）参考答案及评分标准

2019.1

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. B　　2. C　　3. C　　4. A

5. B　　6. B　　7. D　　8. D

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. $-1-i$　　10. $(x-2)^2+y^2=2$　　11. 答案不唯一，如 $f(x)=x^2$

12. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　13. $\dfrac{1}{4}$；$(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2})$　　14. D

注：第 13 题第一问 2 分，第二问 3 分.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 其他正确解答过程，请参照评分标准给分.

15.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=2\cos x(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x)-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ………………… 2 分

$=\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$ ………………… 4 分

$=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$， ………………… 6 分

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\pi$. ………………… 7 分

（Ⅱ）由（Ⅰ），知 $f(x+a)=\sin(2x+2a+\frac{\pi}{3})$，

因为直线 $x=\pi$ 为函数 $f(x+a)$ 图象的一条对称轴，

所以 $f(\pi+a)$ 为函数 $f(x+a)$ 的最大值或最小值，

即 $f(\pi+a)=\sin(2\pi+2a+\frac{\pi}{3})=\sin(2a+\frac{\pi}{3})=\pm 1$， ………………… 10 分

所以 $2a+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，其中 $k\in\mathbf{Z}$，

解得 $a=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$. ………………… 13 分

16.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）设数列$\{a_n\}$的公比为q，

由$a_4+a_5=6a_3$，得$a_1q^3+a_1q^4=6a_1q^2$， ………………… 2 分

又因为$a_1\neq 0$，$q\neq 0$，所以$q^2+q-6=0$，

解得$q=-3$（舍），或$q=2$， ………………… 4 分

由$a_2=a_1q=\frac{1}{4}$，得$a_1=\frac{1}{8}$。 ………………… 5 分

所以$a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-4}$。 ………………… 7 分

（Ⅱ）设$b_n=\log_2 a_n$，则$b_n=\log_2 2^{n-4}=n-4$。 ………………… 9 分

所以$\{b_n\}$是首项为-3，公差为 1 的等差数列。 ………………… 10 分

故当$n<4$时，$b_n<0$；当$n=4$时，$b_n=0$；当$n>4$时，$b_n>0$， ………… 12 分

所以$n=3$或 4 时，S_n取到最小值$S_3=S_4=-6$。 ………………… 13 分

17.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由$(a+0.020+0.022+0.028+0.042+0.080)\times 5=1$，得$a=0.008$。 ………… 2 分

所以甲企业的样本中次品的频率为$(a+0.020)\times 5=0.14$，

故从甲企业生产的产品中任取一件，该产品是次品的概率约为0.14。 ……… 5 分

（Ⅱ）记"从乙企业样本里的次品中任取两件产品，恰有一件产品是指标值属于[40,45]的产品"为事件M， ………………… 6 分

记质量指标值在[15,20)内的 2 件产品样本分别为A_1,A_2，质量指标值在[40,45]内的 2 件产品样本分别为B_1,B_2，

则从乙企业样本里的次品中任取两件产品，所有可能结果有 6 种，即(A_1,A_2)，(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(B_1,B_2)，

而事件M的结果有 4 种，它们是(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，……8 分

所以$P(M)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$。

即从乙企业样本里的次品中任取两件产品，恰有一件产品指标值属于$[40,45]$的产品的概率为$\frac{2}{3}$. ………………10分

（Ⅲ）答案不唯一，只要言之有理便可得分（下面给出几种参考方案）.

（1）以产品的合格率（非次品的占有率）为标准，对甲、乙两家企业的食品质量进行比较.

由图表可知：甲企业产品的合格率约为0.86，乙企业产品的合格率约为0.96，即乙企业产品的合格率高于甲企业产品的合格率，

所以可以认为乙企业的食品生产质量更高.

（2）以产品次品率为标准对甲、乙两家企业的食品质量进行比较（略）.

（3）以产品中一等品的概率为标准，对甲乙两家企业的食品质量进行比较.

根据图表可知，甲企业产品中一等品的概率约为0.4；乙企业产品中一等品的概率约为0.48，即乙企业产品中一等品的概率高于甲企业产品中一等品的概率，

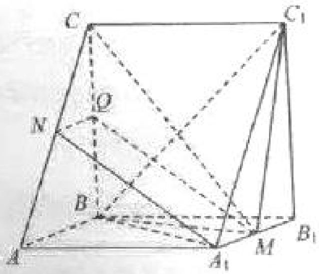
所以乙企业的食品生产质量更高. ………………13分

18.（本小题满分14分）

解：（Ⅰ）因为$AB\perp$平面BCM，$BC\subset$平面BCM，

所以$AB\perp BC$. ………………2分

由正方形B_1BCC_1，知$BB_1\perp BC$，



又因为$AB\cap BB_1=B$，

所以$BC\perp$平面A_1ABB_1. ………………4分

又因为$BC\subset$平面B_1BCC_1，

所以平面$B_1BCC_1\perp$平面A_1ABB_1. ………… 5分

（Ⅱ）设BC中点Q，连结NQ、MQ. ………………6分

由M，N分别为A_1B_1，AC的中点，得$NQ\parallel AB$，且$NQ=\frac{1}{2}AB$.

又因为$AB\parallel A_1B_1$，且$AB=A_1B_1$，

所以$NQ\parallel A_1M$，且$NQ=A_1M$，

故四边形 A_1MQN 为平行四边形，

所以 $A_1N\parallel MQ$， ………………8 分

又因为 $MQ\subset$ 平面 BC_1M， $A_1N\not\subset$ 平面 BC_1M，

所以 $A_1N\parallel$ 平面 BC_1M． ………………10 分

（Ⅲ）连结 A_1B，根据棱柱和棱锥的体积公式，

得三棱锥 $B-A_1B_1C_1$ 的体积 $V_{B-A_1B_1C_1}=\frac{1}{3}V_{ABC-A_1B_1C_1}=\frac{10}{3}$， ………………12 分

又因为 M 为 A_1B_1 的中点，

所以棱锥 C_1-BB_1M 的体积 $V_{C_1-BB_1M}=V_{B-B_1C_1M}=\frac{1}{2}V_{B-A_1B_1C_1}=\frac{5}{3}$． ………………14 分

19．（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）由题意，得 $c^2=a^2-2$， $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$， ………………2 分

解得 $a=2$， $c=\sqrt{2}$．所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$． ………………3 分

设 $P(0,m)$，由点 P 在椭圆 C 的内部，得 $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$，

又因为 $A(-2,0)$，

所以直线 AM 的斜率 $k_{AM}=\frac{m-0}{0+2}=\frac{m}{2}\in(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$， ………………5 分

又因为 M 是椭圆 C 上异于 A,B 的一点，

所以 $k_{AM}\in(-\frac{\sqrt{2}}{2},0)\cup(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$． ………………6 分

（Ⅱ）由题意 $F(\sqrt{2},0)$，设 $Q(0,y_1)$， $M(x_0,y_0)$，其中 $x_0\neq\pm 2$，

则 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$．

直线 AM 的方程为 $y=\frac{y_0}{x_0+2}(x+2)$． ………………7 分

令 $x=0$，得点 P 的坐标为 $(0,\frac{2y_0}{x_0+2})$． ………………8 分

由 $\angle PFQ=90^\circ$，得 $\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}=0$，

…………………… 9 分

所以 $(-\sqrt{2},\dfrac{2y_0}{x_0+2})\cdot(-\sqrt{2},y_1)=0$，

即 $2+\dfrac{2y_0}{x_0+2}\times y_1=0$，解得 $y_1=-\dfrac{x_0+2}{y_0}$，所以 $Q(0,-\dfrac{x_0+2}{y_0})$．…………………… 10 分

…………………… 12 分

因为 $k_{BM}=\dfrac{y_0}{x_0-2}$，$k_{AQ}=-\dfrac{x_0+2}{2y_0}$，

所以 $k_{BM}-k_{AQ}=\dfrac{y_0}{x_0-2}+\dfrac{x_0+2}{2y_0}=\dfrac{2y_0^2+x_0^2-4}{2(x_0-2)y_0}=0$，

…………………… 14 分

故 $k_{BM}=k_{AQ}$，即 $AQ//BM$．

20．（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）求导，得 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-1=\dfrac{1-x}{x}$，…………………… 1 分

因为曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴相切，所以此切线的斜率为 0，…………………… 2 分

由 $f'(x)=0$，解得 $x=1$，

又由曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴相切，得 $f(1)=-1+a=0$，

解得 $a=1$．…………………… 3 分

（Ⅱ）由题意，$f(x)=\ln x-x+\ln 2e$，

令函数 $F(x)=f(x)-x=\ln x-2x+\ln 2e$，…………………… 4 分

求导，得 $F'(x)=\dfrac{1}{x}-2=\dfrac{1-2x}{x}$，

由 $F'(x)=0$，解得 $x=\dfrac{1}{2}$，

当 x 变化时，$F'(x)$ 与 $F(x)$ 的变化情况如下表所示：

x	$(0,\frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2},+\infty)$
$F'(x)$	+	0	−
$F(x)$	↗	极大值	↘

所以函数 $F(x)$ 在 $(0,\frac{1}{2})$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 上单调递减，…………………… 6 分

故当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$F(x)_{max}=F(\frac{1}{2})=\ln\frac{1}{2}-1+\ln 2e=0$，

所以任给 $x\in(0,+\infty)$，$F(x)=f(x)-x\leqslant 0$，即 $f(x)\leqslant x$．…………………… 7 分

（III）由题意，得 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}=\dfrac{\ln x-x+a}{x^2}$，

求导，得 $g'(x)=\dfrac{x-2\ln x+1-2a}{x^3}$.

因为 $x\in(1,e)$，所以 $g'(x)$ 与 $h(x)=x-2\ln x+1-2a$ 的正负号相同. …… 8 分

对 $h(x)$ 求导，得 $h'(x)=1-\dfrac{2}{x}=\dfrac{x-2}{x}$，

由 $h'(x)=0$，解得 $x=2$.

当 x 变化时，$h'(x)$ 与 $h(x)$ 的变化情况如下表所示：

x	$(1,2)$	2	$(2,e)$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	↘	极小值	↗

所以 $h(x)$ 在 $(1,2)$ 上单调递减，在 $(2,e)$ 上单调递增.

又因为 $h(1)=2-2a$，$h(e)=e-1-2a$，

所以 $h(x)_{\min}=h(2)=3-2\ln 2-2a$；$h(x)_{\max}=h(1)=2-2a$. ………………… 10 分

如果函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$ 在区间 $(1,e)$ 上单调递增，则当 $x\in(1,e)$ 时，$g'(x)\geqslant 0$.

所以 $h(x)\geqslant 0$ 在区间 $(1,e)$ 上恒成立，即 $h(x)_{\min}=h(2)=3-2\ln 2-2a\geqslant 0$，

解得 $a\leqslant\dfrac{3}{2}-\ln 2$，且当 $a=\dfrac{3}{2}-\ln 2$ 时，$g'(x)=0$ 的解有有限个，

即当函数 $g(x)$ 在区间 $(1,e)$ 上单调递增时，$a\leqslant\dfrac{3}{2}-\ln 2$； ① …… …… 11 分

如果函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$ 在区间 $(1,e)$ 上单调递减，则当 $x\in(1,e)$ 时，$g'(x)\leqslant 0$，

所以 $h(x)\leqslant 0$ 在区间 $(1,e)$ 上恒成立，即 $h(x)_{\max}=h(1)=2-2a\leqslant 0$，

解得 $a\geqslant 1$，且当 $a=1$ 时，$g'(x)=0$ 的解有有限个，

所以当函数 $g(x)$ 在区间 $(1,e)$ 上单调递减时，$a\geqslant 1$. ② …… …… 12 分

因为函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$ 在区间 $(1,e)$ 上不是单调函数，

结合①②，可得 $\dfrac{3}{2}-\ln 2<a<1$，

所以实数 a 的取值范围是 $\dfrac{3}{2}-\ln 2<a<1$. ………………… 13 分

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信扫一扫，快速关注