

2023—2024 学年度高三一轮复习摸底测试卷 数学(二)

本试卷共 4 页,22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、考号等填写在答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{3, 5, 9, 11\}$, 则 $\complement_U(A \cap B) =$
A. $\{1, 7, 11\}$ B. $\{1, 5, 7\}$ C. $\{5, 7, 11\}$ D. $\{1, 5, 7, 11\}$
2. 若复数 z 满足 $(1 - 2i)z = 10 - 5i$, 则 z 的虚部为
A. -3 B. 3 C. $3i$ D. 4
3. 如图 1 所示,宫灯又称宫廷花灯,是中国彩灯中富有特色的汉民族传统手工艺品之一。图 2 是小明为自家设计的一个花灯的直观图,该花灯由上面的正六棱台与下面的正六棱柱组成,若正六棱台的上、下两个底面的边长分别为 4 dm 和 2 dm,正六棱台与正六棱柱的高分别为 1 dm 和 6 dm,则该花灯的表面积为



图1

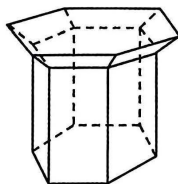


图2

- A. $(108 + 30\sqrt{3}) \text{ dm}^2$ B. $(72 + 30\sqrt{3}) \text{ dm}^2$
- C. $(64 + 24\sqrt{3}) \text{ dm}^2$ D. $(48 + 24\sqrt{3}) \text{ dm}^2$
4. 已知向量 $\mathbf{a} = (2 - t, 3)$, $\mathbf{b} = (t, 1)$, 则“ $-1 < t < 3$ ”是“ \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为锐角”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 2023 年 5 月 21 日,中国羽毛球队在 2023 年苏迪曼杯世界羽毛球混合团体锦标赛决赛中以总比分 3:0 战胜韩国队,实现苏迪曼杯三连冠。甲、乙、丙、丁、戊五名球迷赛后在现场合影留念,其中甲、乙均不能站左端,且甲、丙必须相邻,则不同的站法共有
A. 18 种 B. 24 种 C. 30 种 D. 36 种
6. 若 $\sin(10^\circ - \theta) + \sin(10^\circ + \theta) + \sqrt{3}\sin(20^\circ + \theta) = 0$, 则 $\tan \theta =$
A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB = 4$, 点 E, F, G 分别是 AA_1, A_1B_1, B_1C_1 的中点, 则过点 E, F, G 的平面截正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 所得截面多边形的周长为

- A. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$

数学(二) 第 1 页 (共 4 页)

15. 已知点 $A(-2,0), B(2,0)$, 点 M 是直线 $y=kx+3$ 上任意一点, 且 $\angle AMB < 90^\circ$, 则实数 k 的取值范围是_____.

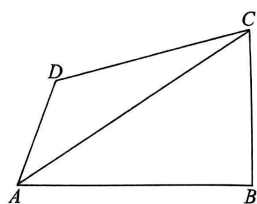
16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ 的右焦点为 F , C 外的一点 A 满足 $\overrightarrow{FA} = 2\overrightarrow{OF}$ (O 为坐标原点), 过点 A 的直线与 C 交于 P, Q 两点, 且 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PQ}$, 若直线 PQ, PF 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$, 则 $b =$ _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BC, \angle ADC = 120^\circ, AB = CD = 2AD$, $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1) 求 $\sin \angle CAB$;
- (2) 证明: $\angle CAB = \angle CAD$.

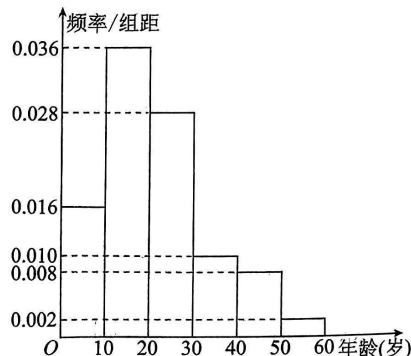


18. (本小题满分 12 分)

A 市天文台在该市朝阳区随机调查了 100 位天文爱好者的年龄, 得到如图所示的样本数据频率分布直方图.

(1) 估计该朝阳区 100 名天文爱好者年龄的 75% 分位数 (精确到 0.01);

(2) 已知该朝阳区天文爱好者的占比为 11%, 且该朝阳区年龄位于区间 $[20, 30)$ 的人口数占该区总人口数的 25%. 用样本的频率估计总体的概率, 从该朝阳区任选 1 人, 若此人的年龄位于区间 $[20, 30)$, 求此人是天文爱好者的概率. (计算结果精确到 0.01)



19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1 的等差数列, 数列 $\{b_n - 1\}$ 是公比为 2 的等比数列, 且 $a_3 = b_2, a_6 + b_3 = 20$.

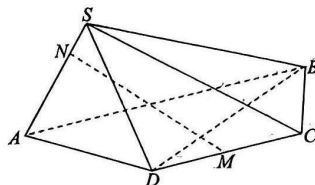
(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数 (如: $[3.5] = 3, [-1.5] = -2$), 求集合 $\{k \in \mathbf{N}^* \mid a_m < [\log_2 b_k] < a_{2m}, 1 \leq m \leq 10\}$ 中元素的个数.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp BC$, $SA = SD = 1$, $AB = 2CD = 2BC = 2$, $SB = \sqrt{3}$, 点 M 为棱 CD 的中点, 点 N 在棱 SA 上, 且 $AN = 3SN$.

- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 SBC ;
(2) 求直线 SC 与平面 SBD 所成角的正弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , C 上的动点 A 到点 F 与到直线 $x = -2$ 的距离之和的最小值为 3.

- (1) 求 C 的方程;
(2) 过点 A 作直线交 C 于另一点 B , 过点 A 作 C 的切线 l' , 点 P 在 l' 上. 从下面①②③中选取两个作为条件, 证明另一个成立.
①点 P 在 l 上; ②直线 PB 与 C 相切; ③点 F 在直线 AB 上.
注: 若选择不同的组合分别解答, 则按第一个解答计分.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + mx, m \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $m = -3$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, 若不等式 $f'(x) < \frac{m}{x}$ 恒成立, 求 m 的取值范围;
(3) 设 $n \in \mathbf{N}^*$, 证明: $2\ln(n+1) < \frac{3}{1^2+1} + \frac{5}{2^2+2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2+n}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

