

## 2021 年高考精准备考原创押题卷(一)·数学(文科)

[满分 150 分,用时 120 分钟]

### 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的学校、姓名、班级、准考证号填写在答题卡上相应的位置。
2. 全部答案在答题卡上完成,答在本试卷上无效。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案用 0.5 毫米及以上黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

参考公式:锥体的体积公式: $V=\frac{1}{3}Sh$ (其中  $S$  为锥体的底面积, $h$  为锥体的高)

一、选择题(本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合  $A=\{x|1\leq x\leq 2\}$ ,  $B=\{y|y=2x+a, x\in A\}$ , 若  $A\subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围为 ( )  
A.  $[1, 2]$                       B.  $[-1, 1]$                       C.  $[-2, 2]$                       D.  $[-2, -1]$
2. 复数  $\frac{4i}{1+\sqrt{3}i}$  的虚部为 ( )  
A.  $i$                               B.  $-i$                               C.  $1$                               D.  $-1$
3. 已知样本数据为  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , 该样本平均数为 4, 方差为 2, 现加入一个数 4, 得到新样本的平均数为  $\bar{x}$ , 方差为  $s^2$ , 则 ( )  
A.  $\bar{x}>4, s^2>2$                       B.  $\bar{x}=4, s^2>2$                       C.  $\bar{x}<4, s^2<2$                       D.  $\bar{x}=4, s^2<2$
4. 某工厂产生的废气经过过滤后排放, 过滤过程中废气的污染物数量  $P(\text{mg/L})$  与时间  $t(\text{h})$  之间的关系为  $P=P_0e^{-kt}$ . 如果前 2 小时消除了 20% 的污染物, 则污染物减少 50% 大约需要的时间为(参考数据:  $\ln 2\approx 0.69, \ln 3\approx 1.10, \ln 5\approx 1.61$ ) ( )  
A. 4 h                              B. 6 h                              C. 8 h                              D. 10 h
5. 设抛物线  $C: y^2=4x$  的焦点为  $F$ , 点  $A$  是抛物线  $C$  的准线与  $x$  轴的交点, 若抛物线  $C$  上的点  $M$  满足  $|MA|=\sqrt{2}|MF|$ , 则  $|MF|$  = ( )  
A. 4                              B.  $2\sqrt{2}$                               C. 2                              D.  $\sqrt{2}$
6. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AB=2BC=2$ ,  $M$  是  $CD$  的中点, 若  $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{DC}=3$ , 则  $\angle BAD$  = ( )  
A.  $\frac{\pi}{4}$                               B.  $\frac{\pi}{3}$                               C.  $\frac{2\pi}{3}$                               D.  $\frac{3\pi}{4}$
7. 若数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1=19, a_{n+1}=a_n-3(n\in\mathbb{N}^*)$ , 则数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和最大时,  $n$  的值为 ( )  
A. 6                              B. 7                              C. 8                              D. 9
8. 已知  $\theta\in\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ , 且  $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{5}$ , 则  $\tan\theta$  = ( )  
A. 7                              B.  $\frac{12}{5}$                               C.  $\frac{4}{3}$                               D.  $\frac{1}{7}$

9. 在《通用技术》课上,某小组同学准备用一个棱长为 6 的正四面体坯料制作一个正三棱柱模型(其底面在正四面体的一个面上),要求削去材料尽可能少,则所制作的正三棱柱模型的高为 ( )

- A.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$                       B.  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$                       C. 4                      D.  $2\sqrt{6}$

10. 已知点  $P(x, y)$  是直线  $kx + y + 4 = 0 (k > 0)$  上一动点,  $PA, PB$  是圆  $C: x^2 + y^2 - 2y = 0$  的两条切线,  $A, B$  是切点,若四边形  $PACB$  的最小面积是 2,则  $k$  的值为 ( )

- A. 3                      B.  $\frac{\sqrt{21}}{2}$                       C.  $2\sqrt{2}$                       D. 2

11. 设双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,过  $F_2$  的直线与双曲线的右支交于两点  $A, B$ ,若  $|AF_1| : |AB| = 3 : 4$ ,且  $F_2$  是  $AB$  的一个四等分点,则双曲线  $C$  的离心率是 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       C.  $\frac{5}{2}$                       D. 5

12. 设  $a = 2.022 \ln 2.020, b = 2.021 \ln 2.021, c = 2.020 \ln 2.022$ ,则 ( )

- A.  $a > c > b$                       B.  $c > b > a$                       C.  $b > a > c$                       D.  $a > b > c$

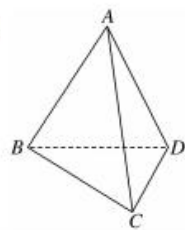
二、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+3 \geq y, \\ x+y \leq 3, \\ x \leq 2y. \end{cases}$  则  $z = 2x + y$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

14. 环境指数是“宜居城市”评比的重要指标,根据以下环境指数的数据,对名列前 20 名的“宜居城市”的环境指数进行分组统计,结果如下表所示,先从环境指数在  $[4, 5)$  和  $[7, 8)$  内的“宜居城市”中随机抽取 2 个城市进行调研,则恰有 1 个城市的环境指数在  $[7, 8)$  内的概率为 \_\_\_\_\_.

组号	1	2	3	4
分组	$[4, 5)$	$[5, 6)$	$[6, 7)$	$[7, 8)$
频数	2	7	8	3

15. 如图,在三棱锥  $A-BCD$  中,  $BC = CD = BD = 2\sqrt{2}, AB = AC = AD = 2a$ ,若该三棱锥的侧面积是底面积的  $\sqrt{3}$  倍,则该三棱锥外接球的表面积为 \_\_\_\_\_.



16. 已知函数  $f(x) = \frac{\ln x - 1}{x}$ ,下列命题中:

- ①  $f(x)$  在其定义域内有且仅有 1 个零点;
- ②  $f(x)$  在其定义域内有且仅有 1 个极值点;
- ③  $\exists x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ ,使得  $f(x_1) = f(x_2)$ ;
- ④  $\forall x_1 \in (0, +\infty), \exists x_2 \in (0, +\infty)$ ,使得  $f(x_1) < f(x_2)$ ;
- ⑤ 当  $x > 1$  时,函数  $y = f(x)$  的图象总在函数  $y = 1 - \frac{2}{x}$  的图象的下方.

其中真命题有 \_\_\_\_\_.(写出所有真命题的序号)

三、解答题(共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答)

(一)必考题(共 60 分)

17. (12 分)在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b \sin A = \sqrt{3} a \cos B$ ,  $\sin C = 4 \sin A$ .

(1)求  $B$ ;

(2)在  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上存在一点  $D$  满足  $AD = 4CD$ , 连接  $BD$ , 若  $\triangle BCD$  的面积为  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ , 求  $b$ .

18. (12 分)某数学兴趣小组为了探究参与某项老年运动是否与性别有关的问题, 对城区 60 岁以上老人进行了随机走访调查, 得到的数据如表:

	男性	女性	总计
参与该项老年运动	16	$p$	$x$
不参与该项老年运动	44	$q$	$y$
总计	60	10	100

从统计数据中分析得出, 参与该项老年运动的被调查者中, 女性的概率是  $\frac{1}{3}$ .

(1)求  $2 \times 2$  列联表中  $p, q, x, y$  的值;

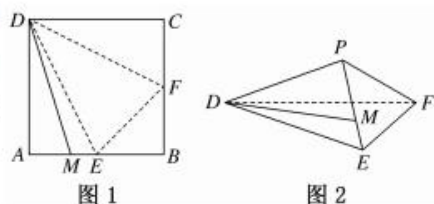
(2)是否有 90% 的把握认为参与该项老年运动与性别有关?

(3)若将参与该项老年运动的老人称为“健康达人”, 现从参与调查的“健康达人”中按性别采用分层抽样的方法抽取 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 2 人进行健康状况跟踪调查, 那么被跟踪调查的 2 人中都是男性的概率是多少?

参考公式及数据:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (12 分)点  $E, F$  分别是正方形  $ABCD$  的边  $AB, BC$  的中点, 点  $M$  在边  $AB$  上, 且  $AB = 3AM$ , 沿图 1 中的虚线  $DE, EF, FD$  将  $\triangle ADE, \triangle BEF, \triangle CDF$  折起使  $A, B, C$  三点重合, 重合后的点记为点  $P$ , 如图 2.



(1)求证:  $PF \perp DM$ ;

(2)若正方形  $ABCD$  的边长为 6, 求点  $M$  到平面  $DEF$  的距离.

20. (12分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $A\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , 且长半轴长为 2.

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 设经过点  $B(-1, 0)$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $D, E$  两点, 点  $E$  关于  $x$  轴的对称点为  $F$ , 直线  $DF$  与  $x$  轴相交于点  $G$ , 若  $\triangle BEG$  与  $\triangle BDG$  的面积分别为  $S_1, S_2$ , 求  $|S_1 - S_2|$  的最大值.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = (m - \ln x)x, x > 1$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $f(x) - 2x - m < 0$  恒成立, 求正整数  $m$  的最大值.

参考数据:  $\ln 4 \approx 1.39, \ln 5 \approx 1.61$ .

(二) 选考题(共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分)

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases} (t \text{ 为参数})$ , 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴非负半

轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 - 2\rho \cos \theta = 3$ .

(1) 求曲线  $C_1$  的极坐标方程和曲线  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 曲线  $C_1$  与  $C_2$  相交于  $A, B$  两点, 求  $|OA| \cdot |OB|$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知函数  $f(x) = |x|$ .

(1) 求不等式  $f(x-1) + f(2x-1) \leq 2x$  的解集;

(2) 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 且  $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1$ , 证明:  $f(x+a) + f(x-b-c) \geq 36$ .

## 关于我们

**自主选拔在线**（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线