吉林市普通中学 2022—2023 学年度高三毕业年级第四次调研测试

数学试题参考答案

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

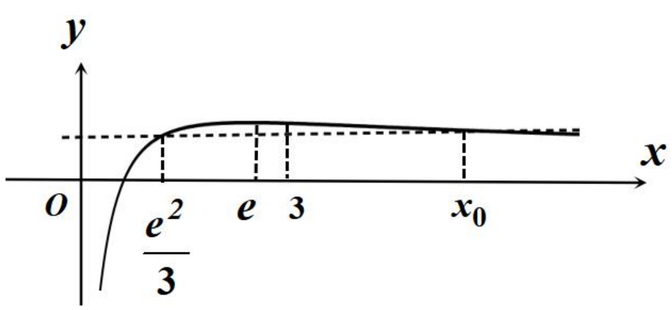
1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	C	D	A	A	B	B

二、多项选择题：本大题共 4 小题，共 20 分．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9	10	11	12
AC	AD	AD	ABC

教学提示：4．选项 D，可以参考人教 A 版选择性必修三第 $81\sim82$ 页，探究与发现《二项分布的性质》，研读如何利用分布列的表达式研究 P_k 的增减变化及最大值，并掌握当 $(n+1)P$ 为正整数及非正整数时 k 的取值情况.

5. ①针对函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$，了解函数图象的变化情况（指导学生阅读人教 A 版选择性必修二第 68 页例 4 和第 89 页例 4），体会极值点左侧图象“陡峭”，右侧图象“平缓”，如图所示：$f(3)>f(\dfrac{e^2}{3})$



②利用极值点偏移，对于函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$，当 $f(x_1)=f(x_2)$ 且 $x_1\neq x_2$ 时，$x_1x_2>e^2$.

设 $f(\dfrac{e^2}{3})=f(x_0)$ 且 $x_0\neq\dfrac{e^2}{3}$

则 $x_0\dfrac{e^2}{3}>e^2\Rightarrow x_0>3\Rightarrow f(x_0)<f(3)\Rightarrow f(\dfrac{e^2}{3})<f(3)$

补充：程度较好的学生熟练掌握六种经典函数图象（单调性、极值点、零点）：

$y=x\ln x, y=xe^x, y=\dfrac{\ln x}{x}, y=\dfrac{e^x}{x}, y=\dfrac{x}{\ln x}, y=\dfrac{x}{e^x}$

7. 法一：由杨辉三角中观察得可得 $1+3+6+10=20$.

推广，得到 $C_2^2+C_3^2+C_4^2+\cdots+C_{n+1}^2=C_{n+2}^3$

即 $\dfrac{1\times2}{2}+\dfrac{2\times3}{2}+\dfrac{3\times4}{2}+\cdots+\dfrac{n(n+1)}{2}=C_{n+2}^3$

由题意，2021 层“刍童垛”小球的总个数为

$S=2\times3+3\times4+4\times5+\cdots+2022\times2023$
$=2(C_{2024}^3-1)$

第 0 行 1
第 1 行 1 1
第 2 行 1 2 1
第 3 行 1 3 3 1
第 4 行 1 4 6 4 1
第 5 行 1 5 10 10 5 1
第 6 行 1 6 15 20 15 6 1
第 n 行 1 C_n^1 C_n^2 … C_n^{r-1} … C_n^{n-2} C_n^{n-1} 1

法二：指导学生阅读人教 A 版选择性必修二第 42~43 页，阅读与思考《中国古代数学家求数列和的方法》．可以结合人教 A 版选择性必修三 39~42 页数学探究《杨辉三角的性质与应用》，探索堆垛问题以及高阶等差数列的求和方法.

由已知顶层 6 个圆球，设为 $a_1=2\times3$，向下每边依次加 1 个，

第 n 层 $a_n=(n+1)\times(n+2)=n^2+3n+2$ 个.

利用分组求和法，得到 n 层“刍童垛”小球的总个数为

$$S_n=(1^2+3\times1+2)+(2^2+3\times2+2)+\cdots+n^2+3n+2$$
$$=(1^2+2^2+\cdots n^2)+3(1+2+\cdots n)+2n$$
$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{3}{2}n(n+1)+2n+2-2$$
$$=\frac{(n+1)[n^2+5n+6]}{3}-2$$
$$=\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}-2$$
$$=2C_{n+3}^2-2$$

即 2021 层“刍童垛”小球的总个数为 $S=2C_{2024}^3-2$.

11．统计数据来源于国家统计局网站，选项的命制主要根据网站公布数据的解释说明．为使学生深刻体会数学的实用性，结合本题的实际特点，选择恰当的统计图表对数据进行可视化描述，体会合理使用统计图表的重要性．

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．其中第 16 题的第一个空填对得 2 分，第二个空填对得 3 分．

13．$\underline{\quad\sqrt{3}\quad}$ 14．$\underline{\quad 1\quad}$

15．$\underline{\quad\frac{1}{2}\quad}$ 16．$\underline{\quad 6\pi;\ [\frac{32\sqrt{3}}{3},\frac{64\sqrt{3}}{3}]\quad}$

（注：可以用不等关系表示）

教学提示：16．过 P 作 $PH\perp$ 平面 ABC 垂足为 H，则 $\angle PAH=60^\circ,\angle PBH=30^\circ$

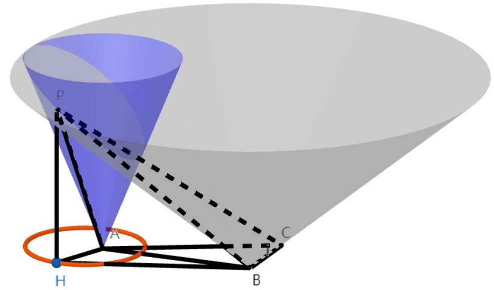
$$\because tan\angle PAH=\frac{PH}{AH}=\sqrt{3},tan\angle PBH=\frac{PH}{BH}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

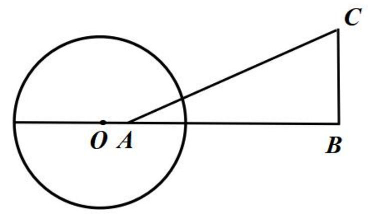
$\therefore BH=3AH$

$\therefore H$ 点轨迹是半径为 3 的圆（阿波罗尼斯圆），即轨迹长为 6π

易知 $AH\in[2,4],\therefore PH=\sqrt{3}AH\in[2\sqrt{3},4\sqrt{3}]$

$$\therefore V=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times4\times8)\times PH=\frac{16}{3}PH\in\left[\frac{32\sqrt{3}}{3},\frac{64\sqrt{3}}{3}\right]$$





四 、解答题

17．【解析】

（Ⅰ）由 $sin(A+\frac{\pi}{6})=\frac{c+a}{2b}$，得：

$\sqrt{3}b\sin A+b\cos A=c+a$

由正弦定理，得 $\sqrt{3}\sin A\sin B+\cos A\sin B=\sin C+\sin A=\sin(A+B)+\sin A$

整理得：$\sqrt{3}\sin A\sin B=\sin A\cos B+\sin A$

因为 $\sin A\neq0$，所以 $\sqrt{3}\sin B=\cos B+1$ ……………………………………………………… 3 分

两边平方得，消 $\sin B$，得 $2\cos^2B+\cos B-1=0$

解得:$\cos B=\frac{1}{2}$ 或 $\cos B=-1$（舍去）

又 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$ ……………………………………………………………………… 5 分

（也可化简为 $sin(B-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$ 求得 B）

（Ⅱ）法一：

因为 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{2}$ 且 $b=2\sqrt{3}\sin B=3$

所以：$a^2+c^2-9=ac$ ……………………………………………………………………… 7 分

所以 $(a+c)^2=3ac+9\le\dfrac{3}{4}(a+c)^2+9$

所以 $a+c\le 6$，当且仅当 $a=c=3$ 时，取“$=$”号

所以△ ABC 的周长 $a+b+c\le 9$，

即当 $a=c=3$ 时，△ ABC 的周长最大值为 9 ……………………………………………… 10 分

法二：

设△ ABC 的外接圆半径为 R，

因为 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，

所以 $a=2R\sin A=2\sqrt{3}\sin A$，$b=2R\sin B=3$，

$c=2R\sin C=2\sqrt{3}\sin C=2\sqrt{3}\sin(B+A)=2\sqrt{3}\sin(\dfrac{\pi}{3}+A)=3\cos A+\sqrt{3}\sin A$ …… 7 分

所以△ ABC 的周长 $a+b+c=2\sqrt{3}\sin A+3+3\cos A+\sqrt{3}\sin A$

$=3\cos A+3\sqrt{3}\sin A+3$

$=6\sin(A+\dfrac{\pi}{6})+3$

因为 $A\in(0,\dfrac{2\pi}{3})$，所以 $A+\dfrac{\pi}{6}\in(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6})$

当 $A=\dfrac{\pi}{3}$ 时，$\sin(A+\dfrac{\pi}{6})$ 的最大值 1，此时△ ABC 的周长的最大值为 9 ……………………10 分

（注：没有写清取等条件扣 1 分）

18. 【解析】

（Ⅰ）对于有放回抽检，每次抽到混合动力汽车的概率为 $\dfrac{1}{4}$，且各次抽检结果是独立的，

设 X_1 为有放回抽检的混合动力汽车的台数，则 $X_1\sim B(2,\dfrac{1}{4})$，$X_1$ 可取 $0,1,2$，

$P(X_1=0)=(\dfrac{3}{4})^2=\dfrac{9}{16}$；$P(X_1=1)=C_2^1\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{8}$；$P(X_1=2)=(\dfrac{1}{4})^2=\dfrac{1}{16}$.

X_1 的分布列如下：

X_1	0	1	2
P	$\dfrac{9}{16}$	$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{1}{16}$

则 $E(X_1)=0\times\dfrac{9}{16}+1\times\dfrac{3}{8}+2\times\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{2}$ ……………………………………………………………… 4 分

对于不放回抽检，各次抽检的结果不独立，设 X_2 为不放回抽检的混合动力汽车的台数，则 X_2 服从超几何分布，X_2 可取 $0,1,2$，

$P(X_2=0)=\dfrac{C_{90}^2}{C_{120}^2}=\dfrac{267}{476}$；$P(X_2=1)=\dfrac{C_{30}^1C_{90}^1}{C_{120}^2}=\dfrac{180}{476}$；$P(X_2=1)=\dfrac{C_{30}^2}{C_{120}^2}=\dfrac{29}{476}$.

X_2 的分布列如下：

X_2	0	1	2
P	$\dfrac{267}{476}$	$\dfrac{180}{476}$	$\dfrac{29}{476}$

则 $E(X_2)=0\times\dfrac{267}{476}+1\times\dfrac{180}{476}+2\times\dfrac{29}{476}=\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………… 8 分

注：也可按照下面步骤作答.

X_1 的分布列为 $P(X_1=k)=C_2^k(\frac{3}{4})^{2-k}(\frac{1}{4})^k, k=0,1,2$， $E(X_1)=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

X_2 的分布列为 $P(X_2=k)=\frac{C_{30}^k C_{90}^{2-k}}{C_{120}^2}, k=0,1,2$， $E(X_2)=\frac{2\times 30}{120}=\frac{1}{2}$.

（Ⅱ）样本中混合动力汽车的比例 $f_{10}=\frac{Y}{10}$ 是一个随机变量，根据参考数据，

有放回抽取：$P(|f_{10}-0.25|\le 0.15)=P(1\le Y\le 4)\approx 0.18771+0.28157+0.25028$
$+0.14600=0.86556$

不放回抽取：$P(|f_{10}-0.25|\le 0.15)=P(1\le Y\le 4)\approx 0.18254+0.29051+0.26134$
$+0.14701=0.88140$

…………………………………………………………………………………………………… 10 分

因为 $0.86556<0.88140$，

所以，在相同的误差限制下，采用不放回抽取估计的结果更可靠. ……………………………… 12 分

（注：（Ⅱ）问，可以参考人教 A 版选择性必修三第 79 页例 6，分别就放回抽样和不放回抽样，用样本中的某类品的比例估计总体中这类品的比例，定量地比较估计效果，用概率的方法解释直观常识。对用同一抽取模型，两个分布的均值相同，从两种分布的概率分布看，或者从方差的大小比较（超几何分布的方差较小），都反应超几何分布更集中于均值附近．）

19. 解析：

（Ⅰ）$\because AB \underline{\parallel} CE \therefore$ 四边形 $ABCE$ 是平行四边形

$\therefore AE \parallel BC$， $AE\subset$ 平面 PAE， $BC\not\subset$ 平面 PAE

$\therefore BC\parallel$ 平面 PAE ………………………………………………………………………… 2 分

$\because BC\subset$ 平面 PBC，平面 $PAE\cap$ 平面 $PBC=l$． $\therefore BC\parallel l$ ……………………………… 4 分

（Ⅱ）法一：$\because|\overrightarrow{EA}|=|\overrightarrow{EP}|=|\overrightarrow{EC}|=|\overrightarrow{EB}|=1$， $<\overrightarrow{EP},\overrightarrow{EA}>=\frac{\pi}{3}, <\overrightarrow{EC},\overrightarrow{EA}>=\frac{2\pi}{3}$

设 $<\overrightarrow{EP},\overrightarrow{EC}>=\alpha$， $\alpha\in(\frac{\pi}{3},\pi)$

点 T 到直线 EB 的距离 $d=\sqrt{\overrightarrow{ET}^2-(\overrightarrow{ET}\cdot\overrightarrow{EB})^2}$ ……………………………………………… 7 分

$$=\sqrt{(\frac{\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{EC}}{2})^2-[\frac{\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{EC}}{2}\cdot(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC})]^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(1+1+2\overrightarrow{EP}\cdot\overrightarrow{EC})-[1\times1\times\frac{1}{2}+\overrightarrow{EP}\cdot\overrightarrow{EC}+1\times1\times(-\frac{1}{2})+1]^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(2+2\overrightarrow{EP}\cdot\overrightarrow{EC})-(\overrightarrow{EP}\cdot\overrightarrow{EC}+1)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{1-(\overrightarrow{EP}\cdot\overrightarrow{EC})^2}$$

$=\frac{1}{2}\sqrt{1-cos^2\alpha}=\frac{1}{2}sin\alpha$ ………………………………………………… 10 分

$\because \alpha\in(\frac{\pi}{3},\pi)\quad \therefore sin\alpha\in(0,1]\ \therefore d\in(0,\frac{1}{2}]$

即点 T 到直线 EB 的距离的取值范围是 $(0,\frac{1}{2}]$ ………………………………………………… 12 分

法二：取 AE 中点 O，连接 OB， OP

$\because \Delta ABE$ 是等边三角形 $\therefore OB\perp OE$

以 O 为原点，OE,OB 所在直线为 x 轴， y 轴，过 O 作平面 $ABCE$ 的垂线为 z 轴，建立空间直角坐标系 $O-xyz$，如图所示

设 $\angle POB=\theta\ (0<\theta<\pi)$，

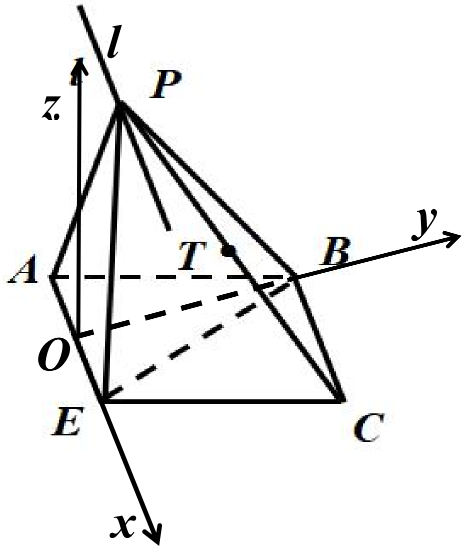
则 $P(0,\frac{\sqrt{3}}{2}cos\theta,\frac{\sqrt{3}}{2}sin\theta)$， $C(1,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$， $E(\frac{1}{2},0,0)$， $B(0,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

$T(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{4}(cos\theta+1),\frac{\sqrt{3}}{4}sin\theta)$

$\overrightarrow{ET}=(0,\frac{\sqrt{3}}{4}(cos\theta+1),\frac{\sqrt{3}}{4}sin\theta)$，

$\overrightarrow{EB}=(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

$\overrightarrow{ET}\cdot\overrightarrow{EB}=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}(cos\theta+1)=\frac{3}{8}(cos\theta+1)$



……………………………………………………………………………… 6 分

点 T 到直线 EB 的距离 $d=\sqrt{\overrightarrow{ET}^2-(\overrightarrow{ET}\cdot\overrightarrow{EB})^2}$ ……………………………… 7 分

$$=\sqrt{[\frac{\sqrt{3}}{4}(cos\theta+1)]^2+(\frac{\sqrt{3}}{4}sin\theta)^2-[\frac{3}{8}(cos\theta+1)]^2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{\frac{1}{4}(cos\theta+1)^2+sin^2\theta}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{8}\sqrt{-3cos^2\theta+2cos\theta+5}$$ ………………………………………… 10 分

$\because -1<cos\theta<1$

当 $cos\theta=\frac{1}{3}$ 时，$d_{max}=\frac{1}{2}$；当 $cos\theta\to-1$ 时，$d\to0$

即点 T 到直线 EB 的距离的取值范围是 $(0,\frac{1}{2}]$ ……………………………………… 12 分

法三： 提示：也可设 $P(0,t,\sqrt{\frac{3}{4}-t^2})$ 整理得 $d=\frac{1}{2}\sqrt{-\frac{3}{4}t^2+\frac{\sqrt{3}}{4}t+\frac{15}{16}}$

当 $t=\frac{\sqrt{3}}{6}$ 时，$d_{max}=\frac{1}{2}$；当 $t\to-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时，$d\to0$

（命题意图及教学建议：关注投影向量概念及意义的教学，体会课标中“能用向量方法解决点到直线、点到平面、相互平行直线、相互平行的平面的距离问题和简单的夹角问题”的这一要求．）

20. 【解析】

（Ⅰ）令 $n=1$ 时 $S_2=a_1+a_2=2a_1+2=2$

$\because a_1=0\therefore a_2=2$ ……………………………………………………………………… 1 分

$\because S_{n+1}=2S_n+2\therefore n\geq2$ 时 $S_n=2S_{n-1}+2$，相减得 $a_{n+1}=2a_n$ ……………………………… 3 分

$\therefore a_n=\begin{cases}0, & n=1,\\ 2^{n-1}, & n\geq2,\end{cases}$ ……………………………………………………………… 4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $b_n=(log_2a_{n+1})^2=n^2$ …………………………………………………… 5 分

令 $c_n=a_{n+1}b_n=n^2\cdot2^n$，则

$$T_n=c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n$$
$$=1^2\times2^1+2^2\times2^2+3^2\times2^3+\cdots+n^22^n$$
$$2T_n=\quad 1^2\times2^2+2^2\times2^3+\cdots+(n-1)^2\times2^n+n^22^{n+1}$$

相减得：

$-T_n=1\times2^1+3\times2^2+5\times2^3+\cdots+(2n-1)\times2^n-n^22^{n+1}$ ……………………………… 7 分

令

$$G_n=1\times2^1+3\times2^2+5\times2^3+\cdots+(2n-1)\times2^n$$
$$2G_n=\quad 1\times2^2+3\times2^3+\cdots+(2n-3)\times2^n+(2n-1)\times2^{n+1}$$

相减得：

$$-G_n=1\times 2^1+2\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+2\times 2^n-(2n-1)\times 2^{n+1}$$
$$=2+2(2^2+2^3+\cdots 2^n)-(2n-1)\times 2^{n+1}$$
$$=2+\frac{2^3(1-2^{n-1})}{1-2}-(2n-1)\times 2^{n+1}$$
$$=-(2n-3)\times 2^{n+1}-6$$

$\therefore G_n=(2n-3)\times 2^{n+1}+6$ ……………………………………10 分

$\therefore -T_n=(2n-3)\times 2^{n+1}+6-n^2 2^{n+1}$

$\therefore T_n=(n^2-2n+3)\times 2^{n+1}-6$ ……………………………………12 分

21. 【解析】

（Ⅰ）$\because a=1,\therefore x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$

故当直线 l 过 $(2,0)$ 与双曲线 C 有且仅有一个公共点时，l 应与 C 的渐近线平行

设直线 l：$y=\pm b(x-2)$，即 $bx\pm y-2b=0$，则点 B 到直线 l 的距离为 $\frac{b}{\sqrt{1+b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore b=1$

即双曲线 C 的标准方程为：$x^2-y^2=1$ ……………………………………4 分

（或设 l：$x=my+2$，由点 B 到直线 l 的距离为 $d=\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，得 $m=1\ \therefore b=1$）

（Ⅱ）（ⅰ）由题可知，直线 l 斜率不为 0

设直线 l：$x=my+2, A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$

由 $\begin{cases}x^2-y^2=1\\x=my+2\end{cases}$ 得：$(m^2-1)y^2+4my+3=0\ (m^2-1\neq 0)$

$\Delta=4m^2+12>0$ 成立

$y_1+y_2=\frac{-4m}{m^2-1}, y_1y_2=\frac{3}{m^2-1}$

$\therefore my_1y_2=-\frac{3}{4}(y_1+y_2)$ ……………………………………6 分

$\because k_1=\frac{y_1}{x_1+1}, k_2=\frac{y_2}{x_2-1}$

$$\therefore \lambda=\frac{k_2}{k_1}=\frac{\frac{y_2}{x_2-1}}{\frac{y_1}{x_1+1}}=\frac{y_2(x_1+1)}{y_1(x_2-1)}=\frac{y_2(my_1+3)}{y_1(my_2+1)}=\frac{my_1y_2+3y_2}{my_1y_2+y_1}$$

$$=\frac{-\frac{3}{4}(y_1+y_2)+3y_2}{-\frac{3}{4}(y_1+y_2)+y_1}=\frac{-\frac{3}{4}y_1+\frac{9}{4}y_2}{\frac{1}{4}y_1-\frac{3}{4}y_2}=-3$$

所以存在实数 $\lambda=-3$，使得 $k_2=\lambda k_1$ 成立. ……………………………………9 分

（注：请老师阅卷时注意非对称问题方法不唯一）

（ⅱ）直线 AP：$y=k_1(x+1)$，直线 $BQ:y=k_2(x-1)$

联立得：$\frac{x+1}{x-1}=\frac{k_2}{k_1}=-3\ \therefore x=\frac{1}{2}$

所以直线 AP 和 BQ 交点 E 的轨迹方程为：$x=\frac{1}{2}$ ……………………………………12 分

22. 【解析】

（Ⅰ）法一：$\because f(x)=x(ln\,x-m+\frac{m}{x})\geq 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立

$\therefore \ln x-m+\frac{m}{x}\ge 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立

设 $g(x)=\ln x-m+\frac{m}{x}, g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{m}{x^2}=\frac{x-m}{x^2}$

①当 $m\le 0$ 时，$g'(x)>0$ 恒成立 $\therefore g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $g(1)=0$ $\therefore x\in(0,1)$ 时，$g(x)<0$ 不符合题意，舍去

②当 $m>0$ 时，令 $g'(x)>0$，则 $x>m$；令 $g'(x)<0$，则 $0<x<m$.

$\therefore g(x)$ 在 $(0,m)$ 上单调递减，在 $(m,+\infty)$ 上单调递增

$\therefore g(x)_{min}=g(m)=\ln m-m+1\ge 0$ ……………………2 分

设 $h(x)=\ln x-x+1$，$h'(x)=\frac{1-x}{x}$

令 $h'(x)>0$，则 $0<x<1$；令 $h'(x)<0$，则 $x>1$.

$\therefore h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减

$\therefore h(x)_{max}=h(1)=0$，即当 $h(m)\ge 0$ 时，$m=1$

$\therefore m$ 的取值范围是：$m=1$ ……………………4 分

法二：$\because f(1)=0$，$f(x)\ge 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立

$\therefore f(1)$ 是 $f(x)$ 上最小值，也是极小值

$\because f'(x)=\ln x+1-m$ $\therefore f'(1)=1-m=0$，即 $m=1$ ……………………2 分

当 $m=1$ 时，$f(x)=x\ln x-x+1$，$f'(x)=\ln x$

令 $f'(x)>0$，则 $x>1$；令 $f'(x)<0$，则 $0<x<1$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

即 $f(x)_{min}=f(1)=0$，满足：$f(x)\ge 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立

$\therefore m=1$ ……………………4 分

法三：①当 $x=1$ 时，$f(x)=0\ge 0$ 恒成立，$\therefore m\in R$ ……………………1 分

②当 $x>1$ 时，$m\le\frac{x\ln x}{x-1}$ 恒成立，设 $u(x)=\frac{x\ln x}{x-1}$，$u'(x)=\frac{x-1-\ln x}{(x-1)^2}$

设 $v(x)=x-1-\ln x$，$v'(x)=1-\frac{1}{x}>0$

$\therefore v(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，$\therefore v(x)>v(1)=0$，$\therefore u'(x)>0$，$\therefore u(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

当 $x\to 1^+$ 时，$x\ln x\to 0$，$x-1\to 0$，$\therefore u(x)=\frac{x\ln x}{x-1}$ 为“$\frac{0}{0}$”型

由洛必达法则得 $\lim\limits_{x\to 1^+}u(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x\ln x}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\ln x+1}{1}=1$

$\therefore$ 当 $x>1$ 时，$u(x)>1$，即 $m\le 1$ ……………………2 分

③当 $0<x<1$ 时，$m\ge\frac{x\ln x}{x-1}$ 恒成立，设 $u(x)=\frac{x\ln x}{x-1}$，$u'(x)=\frac{x-1-\ln x}{(x-1)^2}$

设 $v(x)=x-1-\ln x$，$v'(x)=1-\frac{1}{x}<0$

$\therefore v(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，$\therefore v(x)>v(1)=0$，$\therefore u'(x)>0$，$\therefore u(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增

当 $x\to 1^-$ 时，$x\ln x\to 0$，$x-1\to 0$，$\therefore u(x)=\frac{x\ln x}{x-1}$ 为“$\frac{0}{0}$”型

由洛必达法则得 $\lim\limits_{x\to 1^-}u(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x\ln x}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{\ln x+1}{1}=1$

$\therefore$ 当 $0 < x < 1$ 时，$u(x) < 1$，即 $m \geq 1$

综上，m 的取值范围是：$m = 1$ ……………………………………………………………… 4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$h(x) \leq 0$，即 $ln\,x \leq x-1$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立（当且仅当 $x=1$ 时取等）

令 $x = 1+\frac{1}{3^n}$，则 $ln(1+\frac{1}{3^n}) < \frac{1}{3^n}$ ……………………………………………………………… 6 分

$$\therefore ln(1+\frac{1}{3^1})+ln(1+\frac{1}{3^2})+\cdots+ln(1+\frac{1}{3^n}) < \frac{1}{3^1}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n} = \frac{\frac{1}{3}(1-\frac{1}{3^n})}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}(1-\frac{1}{3^n}) < \frac{1}{2}$$

即 $(1+\frac{1}{3^1})(1+\frac{1}{3^2})\cdots(1+\frac{1}{3^n}) < \sqrt{e}$，$k \geq \sqrt{e}$

又 $\because 1+\frac{1}{3^1} > 1$ 且 $k \in Z$，$\therefore k$ 的最小值为 2 ……………………………………………………………… 8 分

（注：重新构造新函数得出 $ln(1+\frac{1}{3^n}) < \frac{1}{3^n}$ 也可以）

（Ⅲ）$\because$ 不等式 $ln\,x \leq x-1$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立（当且仅当 $x=1$ 时取等）

令 $x = 1+\frac{1}{2023}$，则 $ln(1+\frac{1}{2023}) < \frac{1}{2023}$，即 $(\frac{2023}{2024})^{2023} > \frac{1}{e}$ ………………………………… 10 分

令 $x = 1-\frac{1}{2024}$，则 $ln(1-\frac{1}{2024}) < -\frac{1}{2024}$，即 $(\frac{2023}{2024})^{2024} < \frac{1}{e}$

故 $(\frac{2023}{2024})^{2024} < \frac{1}{e} < (\frac{2023}{2024})^{2023}$ ……………………………………………………………… 12 分