

2023 年高考 <sup>桂林</sup>北海 市联合模拟考试

数学(理科) 2023.5

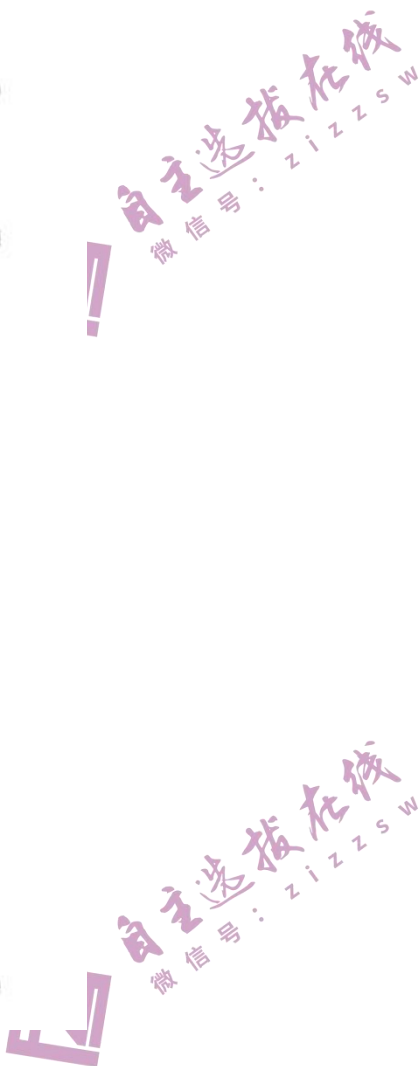
考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分.考试时间 120 分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容.

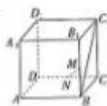
第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x | 3 - x > 0\}$ ,  $B = \{x | x + 1 \leq 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $(-1, 3)$                       B.  $(-\infty, -1)$   
 C.  $(1, 3)$                         D.  $(-\infty, 3)$
2. 若复数  $z$  满足  $iz = 1 - 2i$ , 则  $z =$   
 A.  $-2 + i$                       B.  $-2 - i$                       C.  $2 - i$                       D.  $2 + i$
3. 函数  $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$  的最小正周期为  
 A.  $\frac{\pi}{2}$                             B.  $\pi$                             C.  $4\pi$                             D.  $2\pi$
4. 已知实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x \leq 2, \\ x + y \geq 0, \\ x - y + 1 \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 2x + y - 1$  的最大值是  
 A. 9                                B. 6                                C. 2                                D. -1
5. 从 1, 2, 3, 4, 5 这 5 个数中随机选出 2 个数, 则这 2 个数都是奇数的概率为  
 A. 0.6                            B. 0.4                            C. 0.3                            D. 0.1
6. 在数学测验中, 某校学生的成绩服从正态分布  $N(110, \sigma^2)$ , 则下列结论中不正确的是  
 A. 这次测试的平均成绩为 110  
 B.  $\sigma$  越小, 测试成绩在  $(100, 120)$  内的概率越大  
 C. 测试成绩小于 100 分和大于 120 分的概率相等  
 D. 测试成绩大于 110 分的概率大于 0.5
7. 函数  $f(x) = x^3 + ax$  在  $x = 1$  处取得极小值, 则极小值为  
 A. 1                                B. 2                                C. -2                                D. -1



9. 如图, 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $M, N$  分别为  $BB_1, CD$  的中点, 则异面直线  $MN$  和  $BC_1$  所成角的余弦值为

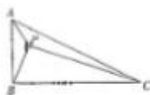


- A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                         D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 已知  $a = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}, b = \sin 1, c = \log_2 2$ , 则

- A.  $a < b < c$                       B.  $c < b < a$   
C.  $b < c < a$                       D.  $c < a < b$

11. 某园区有一块三角形空地  $\triangle ABC$  (如图), 其中  $AB = 10\sqrt{3}$  m,  $BC = 40$  m,  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ , 现计划在该空地上划分三个区域种植不同的花卉,



若要求  $\angle APB = \frac{2\pi}{3}$ , 则  $CP$  的最小值为

- A.  $(10\sqrt{19} - 10)$  m                      B.  $(10\sqrt{21} - 10)$  m  
C. 25 m                                      D. 30 m

12. 已知  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 斜率为  $\frac{1}{2}$  的直线  $l$  过  $F_1$ , 交  $C$  的右支于点  $B$ , 交  $y$  轴于点  $A$ , 且  $\angle BAF_2 = \angle ABF_2$ , 则  $C$  的离心率为

- A.  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$                       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{5}$

### 第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量  $a = (2, -2), b = (-1, 0)$ , 则  $a \cdot b =$  ▲.
14. 已知函数  $f(x) = \sin(4x + \varphi) (-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0)$  的图象关于点  $(\frac{\pi}{24}, 0)$  对称, 则  $\varphi =$  ▲.
15. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的顶点为  $O$ , 经过点  $A$ , 且  $F$  为抛物线  $C$  的焦点, 若  $|AF| = 3|OF|$ , 则  $\triangle OAF$  的面积为 ▲.
16. 在四面体  $ABCD$  中,  $AB \perp BC, AB \perp AD$ , 向量  $\vec{BC}$  与  $\vec{AD}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ . 若  $AB = 4, BC = AD = 3$ , 则该四面体外接球的表面积为 ▲.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

【一】必考题：共 60 分。

17. (12 分)

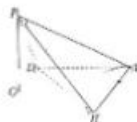
已知数列  $\{a_n\}$  为等比数列，其前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $a_1 + a_2 = 6$ ， $a_2 + a_3 = 12$ 。

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式；
- (2) 求使  $S_n \leq 14$  成立的正整数  $n$  的最大值。

18. (12 分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，平面  $PCD \perp$  平面  $ABCD$ ，已知底面  $ABCD$  为梯形， $AB \parallel CD$ ， $AB = BD = 2CD = 2$ ， $\angle BDC = 60^\circ$ 。

- (1) 证明： $BC \perp PD$ 。
- (2) 若  $PC \perp$  平面  $ABCD$ ， $PC = \sqrt{3}$ ，求二面角  $A-PD-C$  的正弦值。



19. (12 分)

推进垃圾分类处理是落实绿色发展理念的必然选择。某社区开展有关垃圾分类的知识测试。已知测试中有  $A, B$  两组题，每组都有 4 道题目，甲对  $A$  组其中 3 道题有思路，1 道题完全没有思路。有思路的题目每道题做对的概率为  $\frac{2}{3}$ ，没有思路的题目，只好任意猜一个答案，猜对的概率为  $\frac{1}{4}$ 。甲对  $B$  组每道题做对的概率为 0.8，甲可以选择从  $A$  组中任选 2 道题或从  $B$  组中任选 2 道题。

- (1) 若甲选择从  $A$  组中任选 2 道题，设  $X$  表示甲答对题目的个数，求  $X$  的分布列和期望；
- (2) 以答对题目数量的期望为依据，判断甲应该选择哪组题答题。

20. (12分)

已知  $M, N$  分别为椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右顶点,  $F$  为其右焦点,  $|FM| = 3|FN|$ , 且点  $P(1, \frac{3}{2})$  在椭圆  $E$  上.

- (1) 求椭圆  $E$  的标准方程;
- (2) 若过  $F$  的直线  $l$  与椭圆  $E$  交于  $A, B$  两点, 且  $l$  与以  $MN$  为直径的圆交于  $C, D$  两点, 证明:  $\frac{12}{|AB|} + \frac{|CD|^2}{4}$  为定值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{e^x}{x} + \ln x$ .

- (1) 求曲线  $f(x)$  在  $x=1$  处的切线方程;
- (2) 写出一个适当的正整数  $a$ , 使得  $f(x) > (2a+1)\ln x + \frac{1}{x}$  恒成立, 并证明.  
(注:  $\ln 2 \approx 0.7$ )

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $M$  的方程为  $(x-3)^2 + y^2 = 2$ . 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求圆  $M$  的极坐标方程;
- (2) 若射线  $\theta = \alpha (0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \rho > 0)$  与圆  $M$  交于  $A, B$  两点, 且  $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$ , 求直线  $AB$  的直角坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知函数  $f(x) = |2x-1| + |2x+2|$ .

- (1) 解关于  $x$  的不等式  $f(x) < 3 + |2x+2|$ ;
- (2) 若  $f(x)$  的最小值为  $M$ , 且正数  $a, b$  满足  $a^2 + 2b^2 = M$ , 求  $2a+b$  的最大值.

【高三数学 第 4 页(共 4 页)理科】

• 23-372C •

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 ([网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

