平许济洛2023—2024学年高三第一次质量检测

数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{y\mid y=2^x\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+2<0\}$，则 $A\cap(\complement_U B)$

A. $[2,+\infty)$　　B. $(0,+\infty)$　　C. $(0,1]$　　D. $(0,1]\cup[2,+\infty)$

2. 复数 z 满足 $i^{2023}(2+z)=2-i$，则 $\bar{z}=$

A. $-1+2i$　　B. $1+2i$　　C. $-1-2i$　　D. $1-2i$

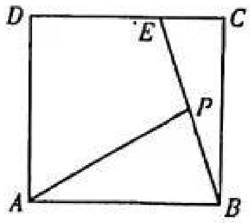
3. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，A_1,A_2 分别为 C 的左、右顶点，B 为 C 的上顶点. 若 $\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{BA_2}=-2$，则椭圆 C 的方程为

A. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$　　B. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+\frac{2y^2}{3}=1$

4. 过圆 $x^2+y^2=4$ 内点 $P(1,1)$ 有若干条弦，它们的长度构成公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$，且 $d\in(\frac{1}{6},\frac{1}{3})$，其中 a_1,a_n 分别为过点 P 的圆的最短弦长和最长弦长，则 n 的取值集合为

A. $\{4,5,6\}$　　B. $\{5,6,7\}$　　C. $\{5,6,7,8\}$　　D. $\{6,7,8,9\}$

5. 如图，正方形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC}$，$P$ 是线段 BE 上的动点，且 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}(x>0,y>0)$，则 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为



A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\frac{4+2\sqrt{3}}{3}$　　D. 4

6. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)+f(x)=0$，且 $f(x)$ 在 $[-2,0]$ 上单调递增. 若 $a=f(\tan\frac{5\pi}{18})$，$b=f(3)$，$c=f(\log_4 3)$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

7. 2023贺岁档电影精彩纷呈，小明期待去影院观看. 小明家附近有甲、乙两家影院，小明第一天去甲、乙两家影院观影的概率分别为 $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{3}{5}$. 如果他第一天去甲影院，那么第二天去甲影院的概率为 $\frac{3}{5}$；如果他第一天去乙影院，那么第二天去甲影院的概率为 $\frac{1}{2}$. 若小明第二天去了甲影院，则第一天去乙影院的概率为

A. $\frac{23}{50}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{5}{9}$

8. 已知$f(x)=ae^{x-1}-\ln x+\ln a$,$g(x)=(1-e)x$,当$x>0$时,$ef(x)\geqslant g(x)$,则$a$的取值范围为

A. $[\frac{1}{e},1)$　　B. $[\frac{1}{e},+\infty)$　　C. $[1,+\infty)$　　D. $[e,+\infty)$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 已知向量$\boldsymbol{a}=(m,-1)$,$\boldsymbol{b}=(-2,1)$,则下列说法正确的是

A. 若$m=1$,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{13}$

B. 若$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,则$m=2$

C. “$m>-\frac{1}{2}$”是“$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为钝角”的充要条件

D. 若$m=-1$,则$\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{a}$上的投影向量的坐标为$(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$

10. 小张等四人去甲、乙、丙三个景点旅游,每人只去一个景点,记事件A为“恰有两人所去景点相同”,事件B为“只有小张去甲景点”,则

A. 这四人不同的旅游方案共有64种

B. “每个景点都有人去”的方案共有72种

C. $P(B|A)=\frac{1}{6}$

D. “四个人只去了两个景点”的概率是$\frac{14}{27}$

11. 在棱长为4的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,M,N,P分别为线段A_1B_1,CD,B_1C上的动点,下列结论正确的是

A. $PD_1/\!/$平面A_1BD

B. 过M,N的平面截该正方体,所得截面面积的最大值为16

C. 当P为线段B_1C中点时,异面直线AP与A_1C所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. 当三棱锥A_1-BDN的体积最大时,其外接球表面积为48π

12. 已知函数$f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$,则

A. 若函数$f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称,则ω的值可能为3

B. 若关于x的方程$f(x)=0$在$[0,\pi]$上恰有四个实根,则ω的取值范围为$[\frac{11}{3},\frac{14}{3})$

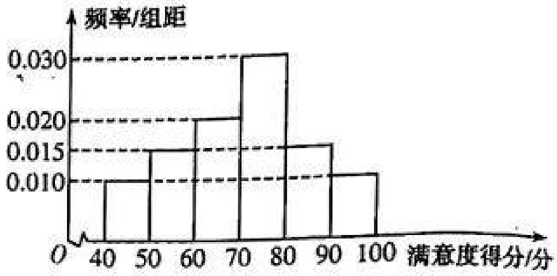
C. 若将$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度,所得图象关于原点对称,则ω的最小值是1

D. 若函数$f(x)$在$[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$上单调递增,则$1\leqslant\omega\leqslant2$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 S_2 为 S_3 和 S_4 的等差中项，$a_2+a_3=2$，则 $S_5=$________.

14. 某商场为改进服务质量，提升顾客购物体验，从 2023 年第三季度消费过的顾客中随机抽取部分人进行满意度问卷调查. 并将这部分人满意度的得分分成以下 6 组：$[40,50)$，$[50,60)$，$\cdots$，$[90,100]$，统计结果如图所示. 那么该商场顾客满意度得分的第 60 百分位数为________.



15. 已知 α,β 为锐角，$\dfrac{2\cos\alpha+\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=4$，$\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\tan(\alpha-\beta)=$________.

16. 已知双曲线 $C:\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，过其上焦点 F 的直线与圆 $x^2+y^2=a^2$ 相切于点 A，并与双曲线 C 的一条渐近线交于点 B（A,B 不重合）. 若 $2\overrightarrow{FB}=5\overrightarrow{FA}$，则双曲线 C 的离心率为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，设 $(c^2-a^2-b^2)\sin B\cos B=ab\cos(A+B)$.

（1）求 B；

（2）若 $b=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值.

18.（12 分）

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_n\neq 0$，$\dfrac{n^2+n+1}{S_n}=\dfrac{n^2+n+4-S_n}{3}$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=2^{a_n}$，求数列 $\{(a_n-1)b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19.（12 分）

“马街书会”是流行于河南省宝丰县的传统民俗活动，为国家级非物质文化遗产之一. 每年农历正月十三来自省内外的说书艺人负鼓携琴，汇集于此，说书亮艺，河南坠子、道情、曲子、琴书等曲种应有尽有，规模壮观. 为了解人们对该活动的喜爱程度，现随机抽取 200 人进行调查统计，得到如下列联表：

	不喜爱	喜爱	合计
男性		90	120
女性	25		
合计			200

(1)完成 2×2 列联表,并依据小概率值 $\alpha=0.1$ 的独立性检验,能否认为性别与对该活动的喜爱程度有关联?

(2)为宣传曲艺文化知识,当地文化局在书会上组织了戏曲知识竞赛活动.活动规定从8道备选题中随机抽取4道题进行作答.假设在8道备选题中,戏迷甲正确完成每道题的概率都是 $\frac{3}{4}$,且每道题正确完成与否互不影响;戏迷乙只能正确完成其中的6道题.

①求戏迷甲至少正确完成其中3道题的概率;

②设随机变量 X 表示戏迷乙正确完成题的个数,求 X 的分布列及数学期望.

附:$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

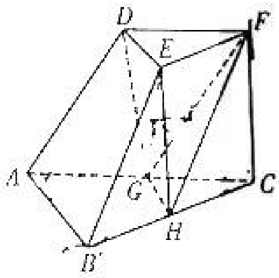
α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

20.(12分)

如图,在三棱台 $ABC-DEF$ 中,$BC=2EF$,$BC\perp AB$,$BC\perp CF$,G,H 分别为 AC,BC 上的点,平面 FGH∥平面 $ABED$.

(1)求证:$BC\perp$ 平面 EGH;

(2)若 $AB\perp CF$,$\angle BAC=45°$,$EF=CF=1$,求平面 EFG 和平面 DFG 的夹角的余弦值.



21.(12分)

已知函数 $f(x)=x-\ln x+m$,$g(x)=\frac{x}{e^x}$.

(1)若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都与平行于 x 轴的同一条直线相切,求 m 的值;

(2)若函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 有两个零点 x_1,x_2,证明:$e^{x_1}\cdot e^{x_2}>e^2$.

22.(12分)

已知抛物线 $C:x^2=-4y$,直线 l 垂直于 y 轴,与 C 交于 M,N 两点,O 为坐标原点,过点 N 且平行于 y 轴的直线与直线 OM 交于点 P,记动点 P 的轨迹为曲线 E.

(1)求曲线 E 的方程;

(2)点 A 在直线 $y=-1$ 上运动,过点 A 作曲线 E 的两条切线,切点分别为 P_1,P_2,在平面内是否存在定点 B,使得 $AB\perp P_1P_2$?若存在,请求出定点 B 的坐标;若不存在,请说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。