

2022~2023 学年第一学期怀仁一中高三年级期末考试

数 学

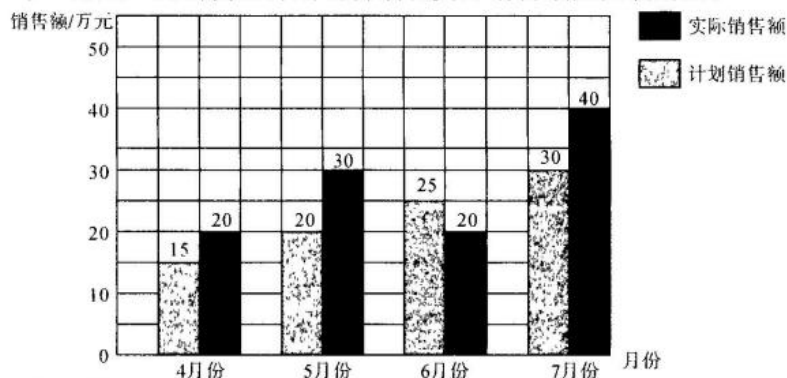
全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容:高考范围。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x | \log_2 x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 0 < x < 2\}$
 C. $\{x | -1 < x < 2\}$ D. $\{x | -1 < x \leq 2\}$
2. 已知复数 z 满足 $z(2+i^7) = 3+i$, 则复数 z 的虚部是
 A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}i$ C. i D. 1
3. 某商家 2021 年 4 月至 7 月的商品计划销售额和实际销售额如图表所示:



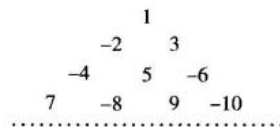
则下列说法正确的是

- A. 4 月至 7 月的月平均计划销售额为 22 万元
 - B. 4 月至 7 月的月平均实际销售额为 27 万元
 - C. 4 月至 7 月的月实际销售额的数据的中位数为 25
 - D. 这 4 个月内,总的计划销售额没有完成
4. 已知函数 $f(x) = x\left(a \cdot 3^x - \frac{3^{-x}}{a}\right)$, 则“ $a=1$ ”是“函数 $f(x)$ 为偶函数”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件



5. 对于如图所示的数阵, 它的第 11 行中所有数的和为

- A. -60
B. -58
C. -61
D. 63



6. 已知 $\frac{1}{\tan \frac{\theta}{2}} - \tan \frac{\theta}{2} = 2 \sin \theta$, 则 $\cos \theta =$

- A. $\frac{\sqrt{5}-2}{4}$
B. $\frac{2-\sqrt{5}}{2}$
C. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$
D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

7. 已知函数 $f(x) = a \ln x$, $g(x) = be^x$, 若直线 $y = kx (k > 0)$ 与函数 $f(x)$, $g(x)$ 的图象都相切, 则 $a + \frac{1}{b}$ 的最小值为

- A. 2
B. $2e$
C. e^2
D. $\sqrt{e}$

8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 A 是以线段 F_1F_2 为直径的圆与双曲线 C 在第一象限内的交点, 过点 A 且与直线 AO 垂直的直线与 x 轴相交于点 B , 若 $\angle BAF_2 = 15^\circ$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$
B. $\sqrt{3}$
C. 2
D. $\sqrt{5}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 π , 则下列说法正确的是

- A. $\omega = 1$
B. 函数 $f(x)$ 的增区间为 $\left[k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}\right] (k \in \mathbb{Z})$

C. 当 $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 时, $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$

D. 函数 $g(x) = \cos 2x$ 的图象可由函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度而得到

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$, 其中 $a^2 + b^2 = 4$, 点 P 为圆 C 的圆心, 则下列说法正确的是

- A. 原点 O 在圆 C 上
B. 直线 $x+y=0$ 与圆 C 有公共点
C. 圆 C 与圆 $x^2 + y^2 = 16$ 相内切
D. 直线 $y=x$ 与圆 C 相交于 A, B 两点, 若 $AP \perp BP$, 则 $a=0, b=\pm 2$

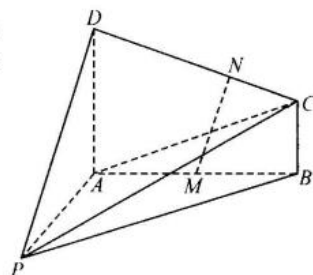
11. 一个质地均匀的正四面体表面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 抛掷该正四面体两次, 记事件 A 为“第一次向下的数字为偶数”, 事件 B 为“两次向下的数字之和为奇数”, 则下列说法正确的是

- A. $P(A) = \frac{1}{3}$
B. 事件 A 和事件 B 互为对立事件

C. $P(B|A) = \frac{1}{2}$
D. 事件 A 和事件 B 相互独立

12. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \perp$ 平面 PAB , $BC \parallel AD$, $AP \perp AB$, $AP = AD = 2$, $BC = 1$, $AB = 2\sqrt{2}$, M 为 AB 的中点, 过点 M 作 $MN \perp CD$, 垂足为 N . 则下列说法正确的是

- A. 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $3\sqrt{2}$
B. $DM \perp MC$
C. $BN \perp$ 平面 APN
D. 三棱锥 $P-ACD$ 外接球的表面积为 $\frac{113\pi}{8}$



三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知非零向量 a, b 满足 $|a| = 2|b|$, 且 $(a+b) \perp b$, 则 a 与 b 的夹角为 _____.
14. 已知实心铁球 O 的半径为 R , 盛满水的圆柱杯的底面半径为 R , 高为 $2R$, 将实心铁球放入圆柱杯中, 溢出水的体积与圆柱杯中剩余水的体积之比为 _____.(圆柱杯的厚度忽略不计)
15. 若关于 x 的不等式 $ax^2 - 2\ln x + 2a - 3 \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 _____.
16. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 直线 l 与抛物线 C 相交于 M, N 两点, 满足 $\angle MFN = 60^\circ$, 记线段 MN 的中点 P 到抛物线的准线的距离为 d , 若 $d = \frac{\sqrt{3}}{2} |MN|$, 则 $\frac{|MF|}{|NF|} =$ _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A + \sin C = 2\sqrt{6} \sin A \sin C$, 且 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 $\sqrt{6}$.

(1) 证明: $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = 1$;

(2) 若 $B = \frac{\pi}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_5 - a_1 = 90$, $S_4 = 90$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

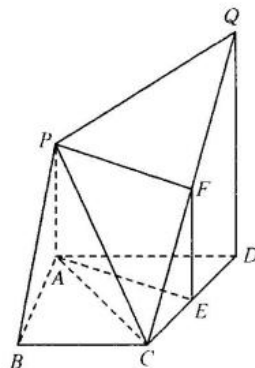
(2) 已知数列 $\{b_n\}$ 中, 满足 $b_n = a_n + \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在几何体 $ABCDPQ$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \perp BC$, $BC \parallel AD$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA \parallel QD$, $AB = BC = \frac{1}{2}AD = PA = \frac{1}{2}QD = 1$.

(1) 证明: 平面 $PAC \perp$ 平面 QCD ;

(2) E 为 CD 的中点, F 为 CQ 的中点, 求平面 $APFE$ 与平面 CPQ 所成锐二面角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

在某次数学考试中,共有四道填空题,每道题 5 分. 已知某同学在此次考试中,在前两道题中,每道题答对的概率均为 $\frac{5}{6}$,答错的概率均为 $\frac{1}{6}$;对于第三道题,答对和答错的概率均为 $\frac{1}{2}$;对于最后一道题,答对的概率为 $\frac{1}{3}$,答错的概率为 $\frac{2}{3}$.

(1)求该同学在本次考试中填空题部分得分不低于 15 分的概率;

(2)设该同学在本次考试中,填空题部分的总得分为 X ,求 X 的分布列.

21. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,且过点

$(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$,其左顶点为 A ,上顶点为 B . 直线 $l: y = -2x + t (t \in \mathbf{R})$ 与 x, y 轴分别交于点 M, N ,

直线 AN, BM 分别与椭圆 C 交于点 P, Q . (P 异于点 A, Q 异于点 B)

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若 $|AP| = |BQ|$,求直线 l 的方程.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + \frac{1}{a}x (a > 0)$.

(1)当 $a = \frac{1}{e}$ 时,求函数 $f(x)$ 在 $x = e$ 处的切线方程;

(2)若 $f(x)$ 在 $x = x_0 (0 < x_0 < \sqrt{e})$ 处取得极值,且 $f(x_0) > 0$,求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线