

2020 年宝鸡市高考模拟检测（一）

数学（理科）参考答案

1. 【命题立意】 本题考察用描述法表示集合时集合交集运算，综合考察集合的表示和绝对值不等式的解法，属于简单题。体现了数学运算的核心素养。

【解析】 解不等式 $|x-1| \leq 5$ 得 $A = \{x | -6 \leq x \leq 4\}$ 易得 $A \cap B = \{x | 0 < x \leq 4\}$ ， 故选 C

2. 【命题立意】 本题考察了复数的除法运算和复数的模的计算，属于简单题。体现了数学运算的核心素养。

【解析】 $(1+i)Z = 2i \Rightarrow Z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = i(1-i) = 1+i \Rightarrow |Z| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ ， 故选 C

3. 【命题立意】 本题考察向量数量积的坐标运算和向量垂直的充要条件，属于简单题。体现了直观想象、数学运算的核心素养。

【解析】 由题知 $2a+c=(7,-2)$, $(2a+c) \cdot b=7m-14=0, m=2$, 故选 A.

4. 【命题立意】 本题考查归纳推理，体现了逻辑推理与数据分析等核心素养

【解析】 根据题意可得到，这个数列从第三项起，每一项等于其前相邻两项的和。

所以此数列为 1,3,4,7,11,18,29,47,76,123,....., 第八项为 47， 即 $a^8 + b^8 = 47$ 选 A

5. 【命题立意】 本题考查样本估计总体，体现了数据分析、直观想象等核心素养。

【解析】 由选项知甲乙的平均数相同（实际：甲得分分别为 10,13,12,14,16，乙得分分别为 13,14,12,12,14 经计算甲乙的平均数均为 13），图中明显实线波动较大，方差大。从折线图看甲的成绩基本呈上升状态，而乙的成绩上下波动，可知甲的成绩在不断提高，而乙的成绩无明显提高。选 C

6. 【命题立意】 本题考查充分必要条件和直线和圆的位置关系问题的综合，体现了逻辑推理的核心素养。

【解析】 q: 由直线 $y = kx + 2$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切，所以 $\frac{2}{\sqrt{k^2+1}} = 1 \Rightarrow k = \pm\sqrt{3}$ ，

又 p: $k = \sqrt{3}$ ， q: $k = \pm\sqrt{3}$ ， 所以 p 是 q 的充分不必要条件， 故选 C.

7. 【命题立意】 本题考查了指数函数、对数函数的图像及分段函数、函数图像变换等知识点，体现了直观想象、逻辑推理、数学抽象等核心素养。

【解析 1】 由 $f(x) = \begin{cases} 3^{x+1} & (x \leq 0) \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+1), & (x > 0) \end{cases}$ 得 $y = f(-x) = \begin{cases} (\frac{1}{3})^{x-1}, & (x \geq 0) \\ \log_{\frac{1}{3}}(1-x), & (x < 0) \end{cases}$ ，

(1) 作 $y = (\frac{1}{3})^x$ 的图像， 然后向右平移 1 个单位， 保留 $x \geq 0$ 的部分；

(2) 作 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 的图像， 向左平移 1 个单位后再关于 y 轴对称（或关于 y 轴对称后再右移 1 个单位）， 保留 $x < 0$ 的部分。 选 D.

【解析 2】 取 $x = 0$ 得 $y = f(0) = 3$ 排 A、C， 取 $x = 1$ 得 $y = f(-1) = 1$ ， 排 B， 选 D.

8. 【命题立意】 本题考察任意角三角函数的定义，诱导公式及二倍角公式，属于中等难度。体现了逻辑推理、数学运算的核心素养。

【解析 1】 由角 α 的终边在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上得 $\tan \alpha = \sqrt{3}$,

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{-2\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{-2\tan \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 选 B}$$

【解析 2】 由角 α 的终边在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上得 $\tan \alpha = \sqrt{3} > 0$, $\sin \alpha$ 与 $\cos \alpha$ 同号

$$\text{又 } \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -2\sin \alpha \cos \alpha < 0, \text{ 所以选 B}$$

9. 【命题立意】 本题考查了椭圆的定义及简单性质，发现 $PF_2 \perp F_1F_2$ 是快速解题的关键。体现了数学运算、逻辑推理等核心素养。

【解析】 由已知 $a=2$, $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 得 $c = \sqrt{2}$, 又 $|PF_1| = 3$, 由椭圆定义得 $|PF_2| = 2a - |PF_1| = 1$, 又 $1^2 + (2\sqrt{2})^2 = 3^2$, 所以 $PF_2 \perp F_1F_2$, 所以 $S_{\triangle PF_1F_2} = \sqrt{2}$, 选 B.

10. 【命题立意】 本题考察与正弦型函数的有关概念及性质及正弦型函数在闭区间上的最值，属于中等难度题。体现了直观想象、逻辑推理和数学运算的核心素养。

【解析】 由已知得 $\begin{cases} \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \omega = 2 \\ 3\sin\left(\frac{\pi}{8}\omega + \varphi\right) = 3, \end{cases}$

$$\therefore \sin\left(2 \times \frac{\pi}{8} + \varphi\right) = 1, \text{ 又 } |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \text{ 所以 } \varphi = \frac{\pi}{4},$$

$$\text{所以 } f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right), \text{ 因为 } x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}\right] \text{ 得 } \frac{\pi}{12} \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{4},$$

$$\text{故 } 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \text{ 即 } x = \frac{\pi}{8} \text{ 时, } f(x) \text{ 的最大值为 } 3. \text{ 选 A.}$$

11. 【命题立意】 本题考查了双曲线的离心率、渐近线、三角形的边角关系等不同章节知识的综合应用。体现了逻辑推理、直观想象、数学运算等核心素养。

【解析】 选 D. 易得 $|PF_2| = b, |OP| = a, |PF_1| = 2b$,

$$\text{在 } \triangle POF_2 \text{ 中, } \cos \angle POF_2 = \frac{|OP|}{|OF_2|} = \frac{a}{c}$$

$$\text{在 } \triangle POF_1 \text{ 中, } \cos \angle POF_1 = \frac{a^2 + c^2 - 4b^2}{2ac}, \text{ 由 } \cos \angle POF_2 + \cos \angle POF_1 = 0$$

$$\text{得 } \frac{a^2 + c^2 - 4b^2}{2ac} + \frac{a}{c} = 0, \text{ 从而求得 } e = \frac{\sqrt{21}}{3}, \text{ 选 D.}$$

12. 【命题立意】 本题考查了函数图像、导数几何意义、导数及函数图像的综合应用等知识点和方法. 体现了逻辑推理、直观想象、数学运算等核心素养.

【解析】 直线 $y=kx-1$ 与 $f(x)$ 的图像有四个交点. 先考虑直线 $y=kx-1$ 与函数 $f(x)=x^2+\frac{3}{2}x, (x \leq 0)$ 相切, 消去 y 得 $x^2+(\frac{3}{2}-k)x+1=0$, 由 $\Delta=0$ 得, $k=-\frac{1}{2}$ 或 $k=\frac{7}{2}$ (舍去); 再考虑直线 $y=kx-1$ 与函数 $f(x)=x \ln x-2x, (x > 0)$ 相切, 设切点为 (x_0, y_0) , 由导数几何意义得 $\begin{cases} y_0 = x_0 \ln x_0 - 2x_0 \\ y_0 = kx_0 - 1 \\ k = \ln x_0 - 1 \end{cases}$, 解得 $x_0=1, k=-1$, 结合图像有 $-1 < k < -\frac{1}{2}$, 选 A.

13. 【命题立意】 本题考查几何概型和模拟实验, 部分估计整体, 体现了数学建模、数学运算等核心素养.

【解析】 $\frac{S}{\pi \times 2^2} = \frac{225}{400} \Rightarrow S = \frac{9\pi}{4}$

14. 【命题立意】 本题考查函数奇偶性与周期性, 求函数的值. 体现了数学抽象、数学运算、逻辑推理等核心素养.

【解析】 由 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数得 $f(-x)=-f(x)$, 且 $f(0)=0$, 又 $f(x+1)=f(x-1)$, 所以 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数, 因此 $f(4)=f(0)=0$, $f(-\frac{9}{4})=f(-\frac{1}{4})=-f(\frac{1}{4})=-\log_2(\frac{1}{4})=2$, 故 $f(-\frac{9}{4})+f(4)=2$.

15. 【命题立意】 本题考察了解三角形问题, 即正弦定理、三角恒等变换、数形结合思想及函数方程思想, 要注意充分利用图形特征. 体现了直观想象、数学运算等核心素养.

【答案】 $\frac{8\sqrt{3}}{5}$ $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$

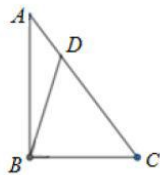
【解析】 如图, 在 $\triangle BCD$ 中, 由正弦定理有 $\frac{BD}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin \angle BDC}$,

而 $AB=4, BC=3, \angle BDC = \frac{\pi}{3}$, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$, $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$, 所以 $BD = \frac{8\sqrt{3}}{5}$

又 $\sin \angle ACB = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$, $\cos \angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

$\cos \angle CBD = \cos(\pi - \angle BDC - \angle ACB) = -\cos(\angle BDC + \angle ACB)$

$= -\cos \frac{\pi}{3} \cos \angle ACB + \sin \frac{\pi}{3} \sin \angle ACB = -\frac{3}{10} + \frac{4\sqrt{3}}{10} = \frac{4\sqrt{3}-3}{10}$.



16. 【命题立意】 本题考察异面直线所成角的定义及其解三角形. 体现了直观想象、数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】 取 BC 的中点 F , 连接 AF, EF , 易知 $\angle AEF$ 即为 AE 和 PB 所成角, 在三

角形 AEF 中易知 $AE=\sqrt{2}$, $EF=\sqrt{2}$, $AF=\sqrt{3}$, 由余弦定理得 $\cos \angle AEF = \frac{1}{4}$

17. 【命题立意】 本题第一问考察线面垂直的判定定理, 第二问考察二面角的余弦值计算, 属简单题。第一问用几何法较为简单, 第二问可以建立空间直角坐标系用向量法解较为简单。体现了直观想象、逻辑推理和数学运算的核心素养。

【解析】 (1) 证明: \because 底面 ABCD 为正方形, $\therefore BC \perp AB$,

又 $BC \perp PB, AB \cap PB = B$, $\therefore BC \perp$ 平面 PAB 3 分

$\therefore BC \perp PA$, 同理 $CD \perp PA, BC \cap CD = C$, $\therefore PA \perp$ 平面 ABCD. 6 分

(2) 建立如图的空间直角坐标系 A-xyz, 不妨设正方形的边长为 2,

则 $A(0,0,0), C(2,2,0), E(0,1,1), B(2,0,0)$, 8 分

设 $\vec{n} = (x, y, z)$ 为平面 ABE 的一个法向量,

又 $\vec{AE} = (0, 1, 1), \vec{AB} = (2, 0, 0)$

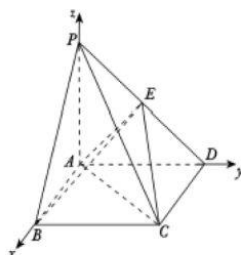
$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AE} = y + z = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{AB} = 2x = 0 \end{cases},$$

令 $y = -1, z = 1$, 得 $\vec{n} = (0, -1, 1)$.

同理 $\vec{m} = (1, 0, 2)$ 是平面 BCE 的一个法向量 10 分

$$\text{则 } \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

\therefore 二面角 A-BE-C 的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$. 12 分



18. 【命题立意】 本题考查独立事件的概率计算, 离散型随机变量的分布列和期望, 体现了数据分析、数学抽象、数学运算等核心素养。

【解析】 (1) 设“中国队获胜”为事件 A, “中国队以 3:0 胜利”为事件 A_1 , “中国队以 3:1 胜利”为事件 A_2 , “中国队以 3:2 胜利”为事件 A_3 , 由题意知各局比赛结果相互独立。

$$\therefore P(A_1) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{108}{256}, \quad 1 \text{ 分}$$

$$P(A_2) = C_3^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{81}{256}, \quad 3 \text{ 分}$$

$$P(A_3) = C_4^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{36}{256}. \quad 5 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{108}{256} + \frac{81}{256} + \frac{36}{256} = \frac{225}{256} \quad 6 \text{ 分}$$

(2) 由题意得 X 的取值为 0, 1, 2, 3

$$P(X=0) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{108}{256} + \frac{81}{256} = \frac{189}{256}, \quad P(X=1) = P(A_3) = \frac{36}{256}$$

$$P(X=2) = C_4^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \frac{18}{256}, \quad P(X=3) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + C_3^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{13}{256}$$

故 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{189}{256}$	$\frac{36}{256}$	$\frac{18}{256}$	$\frac{13}{256}$

$$E(X) = 1 \times \frac{36}{256} + 2 \times \frac{18}{256} + 3 \times \frac{13}{256} = \frac{111}{256}$$

12 分

19. 【命题立意】 本题考查递推数列求通项、列项相消求和，体现了数学抽象、逻辑推理、数学运算等核心素养。

【解析】 (1) $\because a_1 = 2, a_n - a_{n-1} - 2n = 0 (n \geq 2, n \in N)$

当 $n \geq 2$ 时,

$$a_n - a_{n-1} = 2n$$

$$a_{n-1} - a_{n-2} = 2(n-1)$$

...

$$a_3 - a_2 = 2 \times 3,$$

$$a_2 - a_1 = 2 \times 2$$

$$\therefore a_n - a_1 = 2[n + (n-1) + \dots + 3 + 2],$$

$$\therefore a_n = 2[n + (n-1) + \dots + 3 + 2 + 1] = 2 \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$$

5 分

当 $n=1$ 时, $a_1 = 1 \times (1+1) = 2$ 也满足上式,

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n(n+1)$

6 分

$$(2) b_n = \frac{1}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2}} + \dots + \frac{1}{a_{2n}}$$

$$= \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} + \dots + \frac{1}{2n(2n+1)}$$

$$= \frac{1}{(n+1)} - \frac{1}{(n+2)} + \frac{1}{(n+2)} - \frac{1}{(n+3)} + \dots - \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n}$$

$$= \frac{1}{(n+1)} - \frac{1}{(2n+1)} = \frac{n}{2n^2 + 3n + 1}$$

12 分

20. 【命题立意】 本题考查了导数与函数单调性的关系、构造函数，导数研究函数的性质，隐零点的探索和隐零点代换等知识点，体现了数学运算、逻辑推理等核心素养。

【解析】 (1) $\because f(x)$ 的定义域为 $(-2, +\infty)$ ，且 $f'(x) = \frac{1}{x+2} - b$ ， 2分

当 $b \leq 0$ 时，显然 $f'(x) > 0$ ，所以 $f(x)$ 在 $(-2, +\infty)$ 上单调递增； 3分

当 $b > 0$ 时，令 $f'(x) = 0$ ，得 $x = \frac{1}{b} - 2 > -2$ ，则有：

x	$(-2, \frac{1}{b} - 2)$	$\frac{1}{b} - 2$	$(\frac{1}{b} - 2, +\infty)$
$f'(x)$	正	0	负
$f(x)$	↗	极大值	↘

即 $f(x)$ 在 $(-2, \frac{1}{b} - 2)$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{b} - 2, +\infty)$ 上单调递减。 5分

综上：当 $b \leq 0$ 时， $f(x)$ 在 $(-2, +\infty)$ 上单调递增；

当 $b > 0$ 时， $f(x)$ 在 $(-2, \frac{1}{b} - 2)$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{b} - 2, +\infty)$ 上单调递减。 6分

(2) 当 $b = 0$ 时， $f(x) = \ln(x+2) + a$ ，又 $g(x) = e^x - 1$

对 $\forall x \in (-2, +\infty)$ 有 $g(x) \geq \frac{f(x)}{x+2}$ 成立 $\Leftrightarrow a \leq (x+2)(e^x - 1) - \ln(x+2)$ 在 $(-2, +\infty)$ 上恒成立，

令 $F(x) = (x+2)(e^x - 1) - \ln(x+2)$ ($x > -2$)，只需 $a \leq F(x)_{\min}$ 8分

$$\because F'(x) = e^x - 1 + (x+2)e^x - \frac{1}{x+2} = (x+3)e^x - 1 - \frac{1}{x+2} = (x+3)(e^x - \frac{1}{x+2}),$$

$$\because x > -2, \therefore x+3 > 0, \text{ 令 } h(x) = e^x - \frac{1}{x+2}, (x > -2), \text{ 由于 } h'(x) = e^x + \frac{1}{(x+2)^2} > 0,$$

所以 $h(x)$ 在 $(-2, +\infty)$ 上单调递增，又 $\because h(-1) = \frac{1}{e} - 1 < 0, h(0) = 1 - \frac{1}{2} > 0$ ，

\therefore 存在唯一的 $x_0 \in (-2, +\infty)$ ，使得 $h(x_0) = e^{x_0} - \frac{1}{x_0+2} = 0$ ， 10分

由 $h(x_0) = e^{x_0} - \frac{1}{x_0+2} = 0$ 得 $(x_0+2)e^{x_0} = 1$ ，两边取自然对数得 $x_0 + \ln(x_0+2) = 0$ ，

x	$(-2, x_0)$	x_0	$(x_0, +\infty)$
$F'(x)$	负	0	正
$F(x)$	↘	极小值	↗

$$\therefore F(x)_{\min} = F(x_0) = (x_0+2)(e^{x_0} - 1) - \ln(x_0+2) = (x_0+2)e^{x_0} - [(2+x_0+\ln(x_0+2))] = -1$$

所以 $a \leq -1$ ，即 a 的最大值为 -1 。 12分

21. 【命题立意】 本题考查了轨迹方程的求法、方程思想、整体代换，设而不求，直径圆的方程等知识点，体现了数学抽象、数学运算、逻辑推理等核心素养。

【解析】(1) 圆 $x^2 + y^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, 1分

设动圆 Q 圆心坐标为 $Q(x, y)$, 注意到已知圆在直线 $x + \frac{1}{2} = 0$ 的左侧,

因为动圆 Q 与直线 $x + \frac{1}{2} = 0$ 相切, 且与已知圆外切, 显然 $x > 0$

所以 $\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \left| x + \frac{1}{2} \right| + \frac{1}{2} = x + 1, x > 0$, 3分 两边平方整理得 $y^2 = 4x$.

所以动圆 Q 圆心轨迹 C 的方程为 $y^2 = 4x$. 5分

(2) 由题意可设直线 $AB: x = my + 1 (m \neq 0)$, 代入 $y^2 = 4x$, 得 $y^2 - 4my - 4 = 0$,

设 $A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right), B\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$, 则 $y_1 + y_2 = 4m, y_1 y_2 = -4$; 6分

设直线 AP, BP 的斜率分别为 k_1, k_2 , 又 $P(1, 2)$,

则 $k_1 = \frac{y_1 - 2}{\frac{y_1^2}{4} - 1} = \frac{4}{y_1 + 2}$, 同理 $k_2 = -\frac{4}{y_2 + 2}$, 设 $S(-1, y_s), T(-1, y_t)$,

又 AP 直线 $y - y_s = k_1(x + 1) \Rightarrow y_s = y - k_1(x + 1)$ 过 $P(1, 2)$

$\therefore y_s = 2 - \frac{4}{y_1 + 2} \times 2 = 2 - \frac{8}{y_1 + 2} = \frac{2(y_1 - 2)}{y_1 + 2}$, 同理 $y_t = 2 - \frac{8}{y_2 + 2} = \frac{2(y_2 - 2)}{y_2 + 2}$, 8分

从而 $y_s y_t = \frac{2(y_1 - 2)}{y_1 + 2} \cdot \frac{2(y_2 - 2)}{y_2 + 2} = \frac{4[y_1 y_2 - 2(y_1 + y_2) + 4]}{y_1 y_2 + 2(y_1 + y_2) + 4} = \frac{4(-4 - 2 \times 4m + 4)}{-4 + 2 \times 4m + 4} = -4$;

$y_s + y_t = \left(2 - \frac{8}{y_1 + 2}\right) + \left(2 - \frac{8}{y_2 + 2}\right) = 4 - 8\left(\frac{1}{y_1 + 2} + \frac{1}{y_2 + 2}\right)$
 $= 4 - \frac{8[(y_1 + y_2) + 4]}{y_1 y_2 + 2(y_1 + y_2) + 4} = 4 - \frac{8(4m + 4)}{-4 + 2 \times 4m + 4} = -\frac{4}{m}$. 9分

又以 ST 为直径的圆的方程为: $(x+1)^2 + (y - y_s)(y - y_t) = 0$,

即 $y^2 - (y_s + y_t)y + y_s y_t + (x+1)^2 = 0$, 即 $x^2 + 2x - 3 + y^2 + \frac{4}{m}y = 0 \dots\dots ①$ 11分

圆方程与 m 取值无关, 则 $y = 0$, 由方程①得 $x^2 + 2x - 3 = 0$, 解得 $x = -3$ 或 $x = 1$,

从而以 ST 为直径的圆恒过定点 $(-3, 0)$ 和 $(1, 0)$. 12分

22. 【命题立意】 本题考查了极坐标与参数方程的基本概念、极坐标与直角坐标方程的互化、参数方程与普通方程的互化、直线参数方程中的参数几何意义求弦长等知识点, 体现了数学运算、逻辑推理等核心素养.

【解析】(1) 由直线 l 极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 即 $\frac{\sqrt{2}}{2} \rho \sin \theta + \frac{\sqrt{2}}{2} \rho \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

根据极坐标与直角坐标的互化公式, 可得直线 l 直角坐标方程: $x + y - 1 = 0$, 2分

由曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \varphi, \\ y = \sqrt{3} \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数), 则 $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1$,

整理得椭圆的普通方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. 4分

(2) 由已知直线 l 与 l' 垂直, 所以直线 l' 的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$,

直线 l' 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \frac{\pi}{4}, \\ y = 2 + t \sin \frac{\pi}{4} \end{cases}$, 即 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数) 6分

把直线 l' 的参数方程 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ 代入 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 得: $7t^2 + 16\sqrt{2}t + 8 = 0$,

设 t_1, t_2 是上述方程的两个实根, 则有 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{16\sqrt{2}}{7}, \\ t_1 t_2 = \frac{8}{7} \end{cases}$ 8分

又直线 l' 过点 $M(0, 2)$,

故由上式及 t 的几何意义得: $|AB| = |t_1 - t_2| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2} = \frac{12\sqrt{2}}{7}$ 10分

23. 【命题立意】 本题考查含绝对值不等式的求法, 求参数的取值范围, 体现了数学运算、数学抽象等核心素养.

【解析】 (1) 当 $a=1$ 时, $f(x) = |x-1| + |x+2|$

$f(x) = |x-1| + |x+2| = \begin{cases} -2x-1, & x \leq -2 \\ 3, & -2 < x \leq 1 \\ 2x+1, & x > 1 \end{cases}$ 2分

$f(x) \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} -2x-1 \geq 5 \\ x \leq -2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 3 \geq 5 \\ -2 < x \leq 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2x+1 \geq 5 \\ x > 1 \end{cases}$ 4分

综上 $f(x) \geq 5$ 的解集为 $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 2\}$ 6分

(2) 由题意可知, $f(x) < 3-x$ 在 $[-4, -2]$ 上恒成立,

即 $|ax-1| - x - 2 < 3-x$ 在 $[-4, -2]$ 上恒成立, 即 $|ax-1| < 5$ 在 $[-4, -2]$ 上恒成立

由 $|ax-1| < 5 \Rightarrow -4 < ax < 6$

又 $x \in [-4, -2]$, $\therefore \begin{cases} -4 < -4a < 6 \\ -4 < -2a < 6 \end{cases}$, $\begin{cases} -\frac{3}{2} < a < 1 \\ -3 < a < 2 \end{cases}$, $\therefore -\frac{3}{2} < a < 1$

故 a 的取值范围为 $(-\frac{3}{2}, 1)$ 10分

专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期中考试试题及答案汇总 (更新下载中)，点击链接获得
<http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>