

2023 届高三冲刺卷(三) 全国卷 文科数学试题

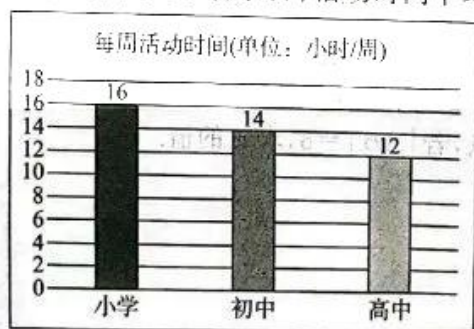
注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

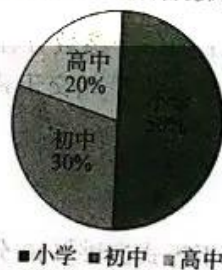
考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

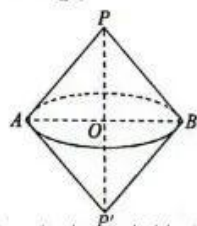
- 1.集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0, 1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{-1\}$
- 2.复数 $z = \frac{-2+ai}{2+i}$ 为纯虚数,则实数 a 的值为
A. -4 B. -1 C. 4 D. 1
- 3.已知 $a = (-2, 6)$, $b = (4, \lambda)$, 若 $a \perp (a - b)$, 则向量 a, b 的夹角的余弦值为
A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 4.某市为了解学生身体健康情况,调查了学生每周课外活动时间,已知该市共有 30 000 名学生,根据统计图可计算该市学生每周课外活动时间平均为()小时。



三个学段学生所占比例(%)



- A. 11.6 B. 12.6 C. 13.6 D. 14.6
- 5.已知函数 $f(x) = x^2 \ln x$, 则下列结论正确的是
A. $f(x)$ 在 $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ 处得到极大值 $-\frac{1}{2e}$ B. $f(x)$ 在 $x = \sqrt{e}$ 处得到极大值 $\frac{e}{2}$
C. $f(x)$ 在 $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ 处得到极小值 $-\frac{1}{2e}$ D. $f(x)$ 在 $x = \sqrt{e}$ 处得到极小值 $\frac{e}{2}$
 - 6.如图,该几何体为两个底面半径为 1, 高为 1 的相同的圆锥形成的组合体,设它的体积为 V_1 , 它的内切球的体积为 V_2 , 则 $V_1 : V_2 =$
A. $2 : \sqrt{3}$ B. $2\sqrt{2} : 3$
C. $2 : \sqrt{2}$ D. $\sqrt{2} : 1$



冲刺卷(三) 全国卷 文科数学试题 第 1 页(共 4 页)

7. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y \leq 1, \\ y \geq -1, \\ x-y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值为

A. -3

B. $\frac{3}{2}$

C. 3

D. 0

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(-x)=-f(x)$, $f(1-x)=f(1+x)$, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = x \ln x - 1$, 则 $f(2023)$ 的值为

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

9. 函数 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称, 则 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的最小值为

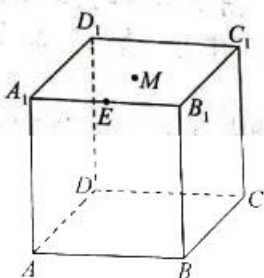
A. -2

B. $-\sqrt{3}$

C. -1

D. $-\sqrt{2}$

10. 设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 E 是棱 A_1B_1 的中点, 点 M 在正方体的表面上运动, 则下列命题:



① 如果 $AM \perp BD_1$, 则点 M 的轨迹所围成图形的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

② 如果 $B_1M \parallel$ 平面 AEC_1 , 则点 M 的轨迹所围成图形的周长为 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$;

③ 如果 $EM \parallel$ 平面 D_1B_1BD , 则点 M 的轨迹所围成图形的周长为 $2 + \sqrt{2}$;

④ 如果 $EM \perp BD_1$, 则点 M 的轨迹所围成图形的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

其中正确的命题个数为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

11. 已知函数 $f(x) = ae^x$, $g(x) = 2x + b$, 若 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 则 $\frac{b}{a}$ 的最大值是

A. -1

B. 1

C. 2

D. $\sqrt{2}$

12. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线为 $l: x = -1$, 焦点为 F , 过点 F 的直线与抛物线交于 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 两点, 点 P 在 l 上的射影为 P_1 , 则下列结论错误的是

A. 若 $x_1 + x_2 = 5$, 则 $|PQ| = 7$

B. 以 PQ 为直径的圆与准线 l 相切

C. 设 $M(0, 1)$, 则 $|PM| + |PP_1| \geq \sqrt{2}$

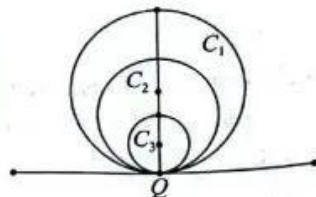
D. 过点 $M(0, 1)$ 与抛物线 C 有且仅有一个公共点的直线至多有 2 条

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1}, & x \geq 0, \\ 1 + \log_3(3-x), & x < 0, \end{cases}$ $f(-6) + f(\log_2 6) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 我们通常称离心率为 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 的双曲线为“黄金双曲线”，写出一个焦点在 x 轴上，对称中心为坐标原点的“黄金双曲线” C 的标准方程 _____.

15. 在平面曲线中，曲率 (curvature) 是表示曲线在某一弯曲程度的数值，如图，圆 C_1, C_2, C_3 在点 Q 处的弯曲程度依次增大，而直线在点 Q 处的弯曲程度最小，曲率越大，表示曲线的弯曲程度越大。曲线的曲率定义如下：若 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数， $f''(x)$ 是 $f'(x)$ 的导函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x, f(x))$ 处的曲率 $K = \frac{|f''(x)|}{\sqrt{1+[f'(x)]^2}}^{\frac{3}{2}}$ ，则余弦曲线 $f(x) = \cos x$ 在 $(0, 1)$ 处的曲率为 _____.



16. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 对应的边分别为 $a, b, c, A < B < C, \tan A, \tan B, \tan C$ 都是整数，则 $\tan A =$ _____, $\cos C =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60 分。

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1 = 1, 2nS_{n+1} - 2(n+1)S_n = n(n+1)$.

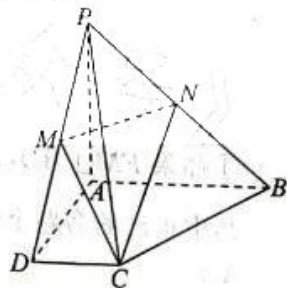
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ;

(2) 设 $b_n = \frac{a_{n+2}}{2^{n+2} \cdot S_n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为梯形， $AB \parallel CD, AD \perp AB, AB = PA = 2DC = 4, PB = 2AD = 4\sqrt{2}, PD = 2\sqrt{6}, M, N$ 分别是 PD, PB 的中点。

(1) 求证：直线 $MN \parallel$ 平面 $ABCD$;

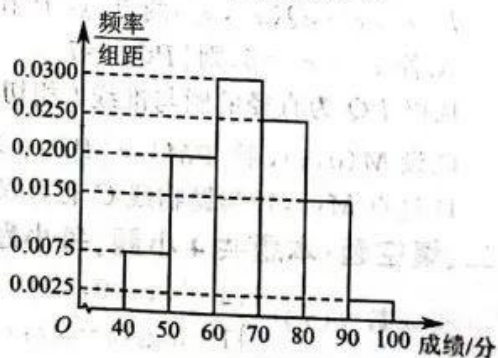
(2) 求证： $PA \perp MN$.



19. (12 分) 某学校参加全国数学竞赛初赛 (满分 100 分). 该学校从全体参赛学生中随机抽取了 200 名学生的初赛成绩绘制成频率分布直方图如图所示:

(1) 根据频率分布直方图给出的数据估计此次初赛成绩的中位数和平均分数;

(2) 从抽取的成绩在 90~100 的学生中抽取 3 人组成特训组，求学生 A 被选的概率.

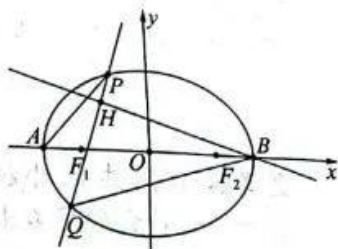


冲刺卷(三) 全国卷 文科数学试题 第 3 页 (共 4 页)

20. (12分) 如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 左、右顶点分别为 A, B , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $M(\sqrt{2}, 1)$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知 P, Q 是椭圆 C 上两动点, 记直线 AP 的斜率为 k_1 , 直线 BQ 的斜率为 $k_2, k_1 = 2k_2$. 过点 B 作直线 PQ 的垂线, 垂足为 H . 问: 在平面内是否存在定点 T , 使得 $|TH|$ 为定值, 若存在, 求出点 T 的坐标; 若不存在, 试说明理由.



21. (12分) 已知函数 $f(x) = a \ln x + x, g(x) = \frac{e^x - 1}{x} + 1, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $0 < a \leq 1$, 证明: 对任意的 $x > 0, f(x) < g(x)$ 恒成立.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 过点 $(\frac{1}{2}, 0)$, 倾斜角为 $\alpha (0 < \alpha < \pi)$, 曲线 C 的直角坐标方程为 $y^2 = 2x$. 以坐标原点为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 写出直线 l 的一个参数方程, 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 设直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 8$, 求 α 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |2x + 3| + |2x - 2|, g(x) = \sin 2x$.

(1) 求函数 $f(x) + g(x)$ 的最小值;

(2) 设 $a, b \in (-1, 1)$, 求证: $|2a + 1| - |1 - 2b| < |2ab + 2|$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

