

四川省大数据精准教学联盟 2020 级高三第一次统一监测

文科数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必在答题卡上将自己的姓名、班级、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚,考生考试条码由监考老师粘贴在答题卡上的“条码粘贴处”。

2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上,如需改动,用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案;非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答,超出答题区域答题的答案无效;在草稿纸上、试卷上答题无效。

3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{2x-1}{x+1} \leq 1\right\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(-2, -1)$ B. $[-1, 1)$ C. $(-1, 1)$ D. $(-2, 1)$

2. 已知复数 z 满足 $z(3+4i) = -1+2i$, 则 $z =$

- A. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ B. $\frac{1}{5} + \frac{2}{25}i$ C. $-\frac{11}{25} + \frac{2}{5}i$ D. $-\frac{11}{25} + \frac{2}{25}i$

3. 某部门调查了 200 名学生每周的课外活动时间(单位:h),

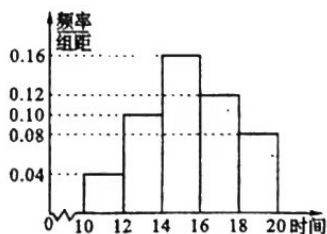
制成了如图所示的频率分布直方图,其中课外活动时间的

范围是 $[10, 20]$, 并分成 $[10, 12)$, $[12, 14)$, $[14, 16)$, $[16, 18)$,

$[18, 20]$ 五组. 根据直方图,判断这 200 名学生中每周的课

外活动时间不少于 14 h 的人数是

- A. 56 B. 80 C. 144 D. 184



4. 已知 $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin \alpha =$

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

5. “ $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ”是“直线 $y = k(x+2)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 曲线 $y = \ln x + 2\sqrt{x}$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为

- A. $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ B. $y = 2x - 4$ C. $y = 3x - 1$ D. $y = 2x$

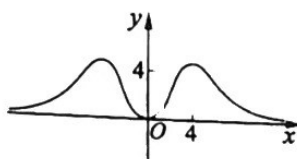
7. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可以为

A. $f(x) = \frac{x^4}{e^x + e^{-x}}$

B. $f(x) = \frac{x^3}{e^x + e^{-x}}$

C. $f(x) = \frac{x^2}{e^x + e^{-x}}$

D. $f(x) = \frac{x^4}{e^x - e^{-x}}$



8. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知异面直线 A_1C 与 AD , A_1C 与 AB 所成角的大小分别为 60° 和 45° , 则直线 B_1D 和平面 A_1BC 所成的角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

9. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示, 图象与 x 轴的交点为 $M(\frac{5}{2}, 0)$, 与 y 轴的交点为 N , 最高点 $P(1, A)$, 且满足

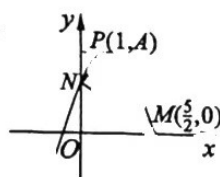
$NM \perp NP$, 则 $A =$

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

B. $\sqrt{10}$

C. $2\sqrt{5}$

D. 10



10. 抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点为 F , 直线 $x - y + 3 = 0$ 与 C 交于 A, B 两点, 则 $\triangle ABF$ 的面积为

A. 4

B. 8

C. 12

D. 16

11. 已知 $a = 2\log_2 e, b = \frac{3}{\ln 3}$ (e 为自然对数的底数), 则 a, b, e 的大小关系为

A. $b < e < a$

B. $b < a < e$

C. $e < a < b$

D. $e < b < a$

12. 四棱锥 $P - ABCD$ 的底面为正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 顶点均在半径为 2 的球面上, 则该四棱锥体积的最大值为

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

B. 4

C. $\frac{64\sqrt{3}}{27}$

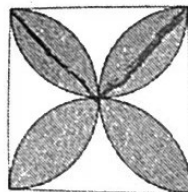
D. 8

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $a = (-3, 1), b = (4, 2)$, 则 a 与 b 的夹角为 _____。

14. 已知双曲线 $E: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , $A(2, 3)$ 是 E 上一点, 直线 AF_1 与 E 的另一个交点为 B , 则 $\triangle ABF_2$ 的周长为 _____。

15. 四叶草也被称为幸运草、幸福图, 其形状被广泛用于窗户、壁纸、地板等装修材料的图案中。如图所示, 正方形地板上的四叶草图边界所在的半圆都以正方形的边长为直径。随机抛掷一粒小豆在这块正方形地板上, 则小豆落在四叶草图(图中阴影部分)上的概率为 _____。



16. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 $\triangle ABC$ 外接圆面积的 $\frac{1}{3}$, 则 $2\sin A \cos(B - C) + \sin 2A =$ _____。

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

为了有针对性地提高学生体育锻炼的积极性,某学校对学生是否经常锻炼的情况进行了调查. 从本校学生中随机选取了 800 名学生进行调查了解,并将调查结果(“经常”或“不经常”)制成下表所示的列联表:

性别	不经常	经常	合计
女生	200	300	500
男生	150	150	300
合计	350	450	800

(1)通过计算判断,有没有 99% 的把握认为性别因素与学生锻炼的经常性有关系?

(2)将频率视作概率. 若该学校有 4000 名学生,估计该校经常锻炼的学生人数.

附表及公式:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

$$\text{其中 } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$$

18. (12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 与正项等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = b_1 = 2, b_3 = a_7 = a_2 + a_4$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

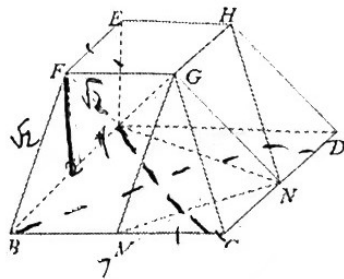
(2)记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 比较 S_{20} 与 T_7 的大小.

19. (12 分)

如图, 四棱台 $ABCD - EFGH$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, 点 M, N 分别为棱 BC, CD 的中点, $CG \perp MN, BF = \sqrt{2}, AE = EF = 1, AB = 2$.

(1)证明: 平面 $ABFE \perp$ 平面 $ABCD$;

(2)当 $MN = \sqrt{2}$ 时, 求多面体 $ABMN - EFGH$ 的体积.



文科数学试题 第 3 页(共 4 页)

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 是 C 的顶点, 点 M 是第一象限内的动点, 已知 MA, MB 的斜率之比为 $1:3$.

(1) 证明: 点 M 在一条定直线上;

(2) 设 MA, MB 与椭圆 C 分别交于另外的两点 P, Q , 证明直线 PQ 过定点.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln x - a(x^2 - 1) + x$.

(1) 若 $f(x)$ 单调递减, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_2 > 2x_1$, 证明: $e^6 x_1 x_2^2 > 32$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-1, 0)$, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta, \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数),

以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta - \sin\theta) = -1$.

(1) 写出曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 设点 M 为 C 上的动点, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AM}$, 写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程, 并判断 l 与 C_1 是否有公共点.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

设函数 $f(x) = |2x - 2| + |x + 2|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq 6 - x$;

(2) 令 $f(x)$ 的最小值为 T , 正数 a, b, c 满足 $a + b + c = T$, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} \geq \frac{16}{3}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线