

百校联盟 2020 届 TOP300 十月尖子生联考（全国 I 卷）

文科数学

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\sin 510^\circ = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x > 0\}$, $B = \{x | 2^x < 1\}$, 则 $(C_R A) \cup B = (\quad)$

- A. \emptyset B. $[0, 2]$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(-\infty, 2]$

3. 已知 $a = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$, $b = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$, $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

4. 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $AD = 1$, 点 E 为 BC 的中点, 点 F 为 CD 的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BF} = (\quad)$

- A. -1 B. $-\frac{3}{2}$ C. -2 D. $-\frac{5}{2}$

5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 项和, 若 $a_2 + a_6 + a_7 = 12$, 则 $S_9 = (\quad)$

- A. 20 B. 27 C. 36 D. 45

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 和角 β 均以 Ox 轴非负半轴为始边, 它们的终边关于射线 $y = 2x (x \geq 0)$ 对称, 那么 $\sin(\alpha + \beta) = (\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

7. 在命题“若 $a^2 > 1$, 则 $a > 1$ ”的逆命题、否命题、逆否命题中, 假命题的个数为 ()

专注名校多元录取

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 直线 $y = \sqrt{3}$ 与 $f(x)$ 图象相邻两个交点的横坐标之差的绝对值恒等于 $\frac{2\pi}{3}$, 且 $f(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 ()

- A. $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ B. $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$
C. $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ D. $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

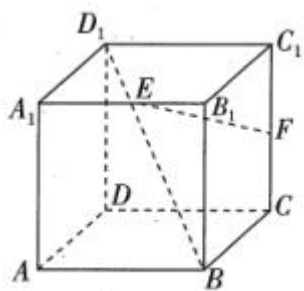
9. 方程 $\sin x + \log_5 |x| = 0$ 的根的个数为 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

10. 定义在 R 上的函数 $y = f(x+3)$ 为奇函数, 且 $f(x+3) - f(x) = 2f(3)$ 对 $x \in R$ 恒成立, 则 $f(2019)$ 的值是 ()

A. 3 B. 1 C. 0 D. -3

11. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 分别为棱 A_1B_1 、 CC_1 的中点, 则异面直线 BD_1 与 EF 所成的角为 ()



- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

12. 已知 $3xy - 2x - y = 2$ ($x > 0, y > 0$), 则 $2x + y$ 的最小值为 ()

A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. 4

专注名校多元录取

二、填空题（每题 5 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）

13. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $3a_4 = a_6 + 6$ ，则 $S_5 =$ _____.

14. 函数 $y = \sin\left(2x + \varphi - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\varphi \in R$) 为偶函数，则 $|\varphi|$ 的最小值为 _____.

15. 已知实数 x, y 满足
$$\begin{cases} x - y \leq 1 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \\ 2x + y \geq 2 \end{cases}$$
，则 $z = x + y$ 最小值是 _____.

16. 若函数 $f(x) = xe^x - 2x^2 - ax - 1$ 在 $[-2, -1]$ 上存在零点，则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - 1$ ($x \in R$).

(1) 当 $a = 1$ 时，求函数 $f(x)$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程；

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $x \in (1, 2)$ 上单调递减，求实数 a 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = |2x + m| + |x - m|$ ($m > 0$).

(1) 当 $m = 2$ 时，求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集；

(2) 若对任意的 $x \in R$ ， $f(x) \geq 1$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

19. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $a \sin B = \sqrt{3}b \cos A - \sqrt{3}c$.

(1) 求角 B ；

(2) 若 AD 是边 BC 的中线， $AD = \sqrt{3}$ ， $AB = 1$ ，求边 AC 的长.

20. 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n + b_{n+1} = \frac{10}{3} \cdot 9^n$ ($n \in N^*$)，若数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n 满足 $a_n = \log_3 b_n$.

(1) 求通项 a_n ；

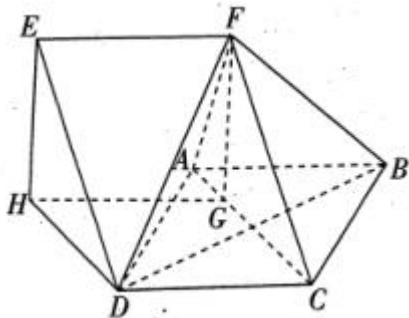
(2) 若数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n ，求 S_n .

专注名校多元录取

21. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, 且 $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$. 四边形 $CDEF$ 是平行四边形,

且 $DE = \frac{\sqrt{21}}{2}$. 点 E, F 在平面 $ABCD$ 内的射影为 H, G , 且 G 在 AC 上, 四棱锥

$F-ABCD$ 的体积为 2.



- (1) 求证: 平面 $DHE \perp$ 平面 BDF ;
- (2) 在 EF 上是否存在点 M , 使 $MG \parallel$ 平面 BCF ? 如果存在, 是确定点 M 的位置, 如果不存在, 请说明理由.

22. 已知函数 $f(x) = x - m \ln x - 1$, 且 $f(x)$ 的最小值为 0.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若 $g(x) = a(x-1) - af(x) (a > 0)$, 且对于任意的 $x \in (1, e^2)$, 都有 $g(x) + 1 > x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期中考试试题及答案汇总 (更新下载中)，点击链接获得
<http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>