

哈师大附中 2020 年高三第三次模拟考试

理科数学

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上.
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

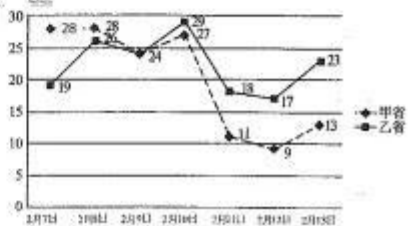
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = |x|\}$ , 则集合  $A \cap B$  的子集的个数为  
A. 2                      B. 4                      C. 8                      D. 16
2. 已知复数  $z = \sin\theta - \frac{2\sqrt{2}}{3} + (\cos\theta - \frac{1}{3})i$  为纯虚数, 则  $\tan\theta =$   
A.  $-2\sqrt{2}$                       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$                       D.  $2\sqrt{2}$
3. 小赵到哈尔滨南岗区 7 个小区和道里区 8 个小区调查空置房情况, 将调查得到的小区空置房的套数绘成了如图所示的茎叶图, 则调查中的南岗区空置房套数的中位数与道里区空置房套数的中位数之差为

南岗区		道里区	
	0	6	9
	9 4 3	7	4 5 6
	2 1	8	0 2 3
	1	9	0

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1
4. “新冠肺炎”疫情的控制需要根据大数据进行分析, 并有针对性的采取措施. 下图是甲、乙两个省份从 2 月 7 日到 2 月 13 日一周内的新增“新冠肺炎”确诊人数的折线图. 根据图中甲、乙两省的数字特征进行比对, 下列说法错误的是  
A. 2 月 7 日到 2 月 13 日甲省的平均新增“新冠肺炎”确诊人数低于乙省  
B. 2 月 7 日到 2 月 13 日甲省的单日新增“新冠肺炎”确诊人数最大值小于乙省  
C. 2 月 7 日到 2 月 13 日乙省相对甲省的新增“新冠肺炎”确诊人数的波动大  
D. 后四日(2 月 10 日至 13 日)乙省每日新增“新冠肺炎”确诊人数均比甲省多



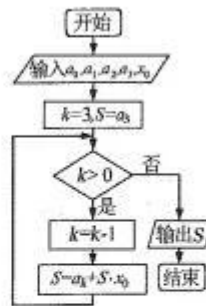
5. 某多面体的三视图如图所示, 则该多面体的体积为

- A.  $\frac{2}{3}$   
C.  $\frac{5}{3}$

- B.  $\frac{4}{3}$   
D.  $\frac{7}{3}$



5 题



6 题

6. 如图是关于秦九韶算法的一个程序框图, 则输出的  $S$  的值为

- A.  $a_0 + x_0(a_1 + x_0(a_2 + a_3x_0))$  的值  
C.  $a_1 + x_0(a_2 + x_0(a_0 + a_3x_0))$  的值

- B.  $a_3 + x_0(a_2 + x_0(a_1 + a_0x_0))$  的值  
D.  $a_2 + x_0(a_0 + x_0(a_3 + a_1x_0))$  的值

7. 函数  $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$  的图象向右平移  $\frac{2\pi}{3}$  个单位长度得到函数  $f(x)$  的图象, 则下列说法不正确的是

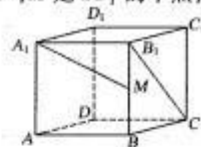
- A. 函数  $f(x)$  的最小正周期  $2\pi$   
B. 函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{5\pi}{6}$  对称

- C. 函数  $f(x)$  的图象关于  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  对称中心  
D. 函数  $f(x)$  在  $[\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}]$  上递增

8. 如图, 直四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面是菱形,  $AA_1 = AB = 2$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $M$  是  $BB_1$  的中点, 则异面直线  $A_1M$  与  $B_1C$  所成角的余弦值为

- A.  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$   
C.  $\frac{1}{5}$

- B.  $-\frac{1}{5}$   
D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$



9. 已知圆  $M: x^2 + y^2 = 12$ , 过圆  $M$  内一点  $E(1, \sqrt{2})$  的最长弦和最短弦分别是  $AC$  和  $BD$ , 则四边形  $ABCD$  的面积为

- A.  $6\sqrt{2}$   
B.  $12\sqrt{2}$   
C.  $12\sqrt{3}$   
D.  $24\sqrt{3}$

10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |x^{-1} + 1|, & x < 0 \\ |x - 1| - 1, & x \geq 0 \end{cases}$ , 若函数  $g(x) = 2f(x) - 2kx - 1$  有四个零点, 则实数  $k$  的取值范围为

- A.  $[-1, \frac{1}{2})$   
B.  $(-\infty, -\frac{1}{16}] \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

- C.  $[-\frac{1}{16}, \frac{1}{2})$   
D.  $[0, \frac{1}{2})$

11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 过原点的直线  $l$  交双曲线  $C$  于  $A, B$  两点, 且  $|BF| = 3|AF|$ , 则双曲线  $C$  的离心率取值范围为

- A.  $(1, 2]$   
B.  $(1, 3]$   
C.  $(3, +\infty)$   
D.  $[2, +\infty)$

12. 若对任意  $x \in (0, +\infty)$ , 不等式  $2e^{2x} - a \ln a - a \ln x \geq 0$  恒成立, 则实数  $a$  的最大值为



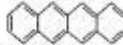
- A.  $\sqrt{e}$   
B.  $e$   
C.  $2e$   
D.  $e^2$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填写在答题纸相应位置上.

13. 2020 年 5 月 17 日晚“2019 年感动中国人物名单揭晓”,中国女排位列其中,在感动中国的舞台上,她们的一句“我们没赢够”,再次鼓舞中国人民.中国之光——中国女排,一次次在逆境中绝地反击,赢得奥运冠军,“女排精神”也是我们当前处于“新冠”逆境中的高三学子们学习的榜样,前进的动力.一次比赛中,中国女排能够闯入决赛的概率为 0.8,在闯入决赛条件下中国女排能够获胜的概率是 0.9,则中国女排闯进决赛且获得冠军的概率是\_\_\_\_\_.

14. 稠环芳香烃化合物中有不少是致癌物质,比如学生钟爱的快餐油炸食品中会产生苯并芘,它是由一个苯环和一个芘分子结合而成的稠环芳香烃类化合物,长期食用会致癌.下面是一组稠环芳香烃的结构简式和分子式:

名称	萘	蒽	并四苯	...	并 n 苯
结构简式				...	...
分子式	$C_{10}H_8$	$C_{14}H_{10}$	$C_{18}H_{12}$	...	...

由此推断并十苯的分子式为\_\_\_\_\_.

15.  $f(x)$  是定义在  $R$  上的函数,其导函数为  $f'(x)$ ,若  $2f(x) + f'(x) > 2, f(1) = 2$ ,则不等式  $f(x) > e^{2-2x} + 1$  (其中  $e$  为自然对数的底数)的解集为\_\_\_\_\_.

16. 在锐角  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,且满足  $2c \cdot \tan B = b \cdot (\tan A + \tan B)$ ,则  $A =$  \_\_\_\_\_;若  $O$  是  $\triangle ABC$  外接圆的圆心,且  $\frac{\cos B}{2\sin C} \cdot \vec{AB} + \frac{\cos C}{2\sin B} \cdot \vec{AC} = m \vec{AO}$ ,则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}, \{b_n\} (b_n \neq 0, n \in N^*)$ ,满足  $a_1 = 2b_1, a_n b_{n+1} - a_{n+1} b_n + 2b_{n+1} b_n = 0$ .

(I) 令  $c_n = \frac{a_n}{b_n}$ ,证明:数列  $\{c_n\}$  为等差数列,并求数列  $\{c_n\}$  的通项公式;

(II) 若  $b_n = \frac{1}{3^n}$ ,求数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

18. (本小题满分 12 分)

新冠肺炎疫情这只“黑天鹅”的出现,给经济运行带来明显影响,住宿餐饮、文体娱乐、交通运输、旅游等行业受疫情影响严重.随着复工复产的有序推动,我市某西餐厅推出线上促销活动:

A 套餐(在下列食品中 6 选 3)

西式面点:蔓越莓核桃包、南瓜芝士包、黑列巴、全麦吐司;

中式面点:豆包、桂花糕.

B 套餐:酱牛肉、老味烧鸡熟食类组合.

复工复产后某一周两种套餐的日销售量(单位:份)如下:

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
A 套餐	11	12	14	18	22	19	23
B 套餐	6	13	15	15	37	20	41

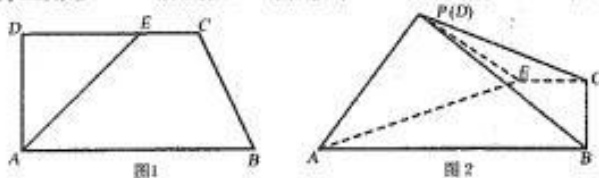
(I) 根据该西餐厅上面一周 A、B 两种套餐的销售情况,结合两种套餐的平均销售量和方差,评价两种套餐的销售情况(不需要计算,只给出结论即可);

(II) 如果该西餐厅每种套餐每日销量少于 20 份表示业绩“一般”,销量大于等于 20 份表示业绩“优秀”,求该西餐厅在这一周内 B 套餐连续两天中至少有一天销量业绩为“优秀”的概率;

(III) 某顾客购买一份 A 套餐,求她所选的面点中所含中式面点个数  $X$  的分布列及数学期望.

19. (本小题满分12分)

如图1,在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$ , $\angle BAD = 90^\circ$ , $AB = 4\sqrt{2}$ , $AD = 2\sqrt{2}$ , $DC = 3\sqrt{2}$ ,点 $E$ 在 $CD$ 上,且 $DE = 2\sqrt{2}$ ,将三角形 $ADE$ 沿线段 $AE$ 折起到 $PAE$ 的位置, $PB = 2\sqrt{6}$ (如图2).



- (I) 求证:平面 $PAE \perp$ 平面 $ABCE$ ;  
(II) 在线段 $PC$ 上存在点 $F$ ,满足 $PC = 4PF$ ,求平面 $PAE$ 与平面 $ABF$ 所成的锐二面角的余弦值.

20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C_1: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , $P_1(1, 1)$ , $P_2(0, 2)$ , $P_3(\frac{\sqrt{3}}{2}, -1)$ , $P_4(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ 四点中恰有三点在椭圆 $C_1$ 上,抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ 焦点到准线的距离为 $\frac{1}{2}$ .

- (I) 求椭圆 $C_1$ ,抛物线 $C_2$ 的方程;  
(II) 过椭圆 $C_1$ 右顶点 $Q$ 的直线 $l$ 与抛物线 $C_2$ 交于点 $A, B$ ,射线 $OA, OB$ 分别交椭圆 $C_1$ 于点 $M, N$ .  
(i) 证明: $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 为定值;  
(ii) 记 $\triangle AOB, \triangle MON$ 的面积分别为 $S_1, S_2$ ,求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最小值.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x - ax (a \in \mathbb{R})$ .

(I) 当 $a = 1$ 时,求 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上的最值;

(II) 若对一切 $x \in [-\pi, 0]$ ,不等式 $f(x) \leq 1$ 恒成立,求实数 $a$ 的取值范围.

(二) 选考题:共10分.请考生在第22,23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分,作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程]

已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = \frac{4t}{1+t^2} \\ y = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases} (t \text{ 为参数})$ ,以坐标原点为极点, $x$ 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,

曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho = 2$ ,正方形 $ABCD$ 的顶点都在 $C_2$ 上,且 $A, B, C, D$ 依逆时针次序排列,点 $A$ 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{4})$ .

- (I) 求曲线 $C_1$ 的普通方程及点 $A, B, C, D$ 的直角坐标;  
(II) 设 $P$ 为 $C_1$ 上任意一点,求 $|PA|^2 + |PB|^2 + |PC|^2 + |PD|^2$ 的取值范围.

23. [选修4-5:不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |ax - 1| (a > 0)$ .

(I) 若不等式 $f(x) + f(x-1) \geq 1$ 对一切实数 $x$ 恒成立,求实数 $a$ 的取值集合 $A$ ;

(II) 若 $x, y \in A$ ,求证: $x + y + \frac{1}{xy} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$ .

## 关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“**答题模板**”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”，即可获取《高考考前必背知识点》