四省名校　　西工大附中　西安铁一中　郑州外国语学校　郑州一中　合肥一中　合肥八中　江西师大附中　南昌五中　　联合命题

华大新高考联盟2023年名校高考预测卷（全国卷）

文科数学

审订单位：华中师范大学考试研究院

本试题卷共4页，共23题。满分150分，考试用时120分钟

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

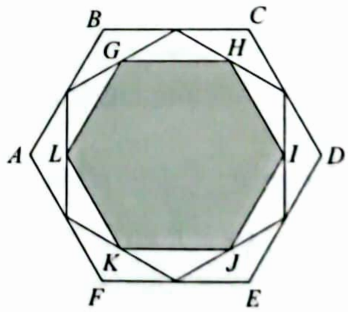
1. 若集合 $A=\{x\mid x(x+4)<0\}$，$B=\left\{y\,\middle|\, y=\dfrac{x}{4}+\dfrac{9}{x},x<0\right\}$，则 $A\cap B=$

A. $\left(-4,-\dfrac{3}{2}\right]$　　B. $(-4,-3]$　　C. $[-3,0)$　　D. $\left[-\dfrac{3}{2},0\right)$

2. $\dfrac{2-3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}+(4-\mathrm{i})\cdot \mathrm{i}^{2023}$ 的虚部为

A. $-\dfrac{27}{5}$　　B. $-\dfrac{9}{5}$　　C. $-\dfrac{11}{5}$　　D. $-\dfrac{3}{5}$

3. 中心对称图形的叠加会产生对称美的效果，现有如下叠加：在正六边形 $ABCDEF$ 中，取六条边的中点顺次连接，得到一个六边形，将上述步骤再重复一次，得到六边形 $GHIJKL$ 如图所示，则往正六边形 $ABCDEF$ 中任意投掷一点，该点落在六边形 $GHIJKL$ 内的概率为



A. $\dfrac{4}{9}$　　B. $\dfrac{2}{3}$

C. $\dfrac{9}{16}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

4. 已知幂函数 $f(x)=x^{a}$，$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，若 $f(x)=\dfrac{f(\mathrm{e}x)}{a+1}$，则下列说法正确的是

A. 函数 $f(x)$ 为奇函数　　B. 函数 $f(x)$ 为偶函数

C. 函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增　　D. 函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减

5. 已知首项为$\frac{1}{2}$的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$(S_{n+1}-S_n)(a_n+1)+1=a_n$，则$a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot\cdots\cdot a_{2\,023}=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $-\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{3}$

6. 已知平面向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=4$，则$\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}$夹角的余弦值为

A. $-\frac{\sqrt{6}}{4}$　　B. $-\frac{\sqrt{6}}{12}$　　C. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

7. 阿基米德在他的著作《关于圆锥体和球体》中计算了一个椭圆的面积. 当我们垂直地缩小一个圆时，我们得到一个椭圆. 椭圆的面积等于圆周率π与椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积. 已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$(a>b>0)$的面积为$21\pi$，点$P$在椭圆$C$上，且点$P$与椭圆$C$左、右顶点连线的斜率之积为$-\frac{9}{49}$，记椭圆$C$的两个焦点分别为$F_1,F_2$，则$|PF_1|$的值不可能为

A. 4　　B. 7　　C. 10　　D. 14

8. 已知在边长为2的正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中，点M在线段B_1D_1上（含端点位置），现有如下说法：①CM//平面A_1BD；②$CM\perp AC_1$；③点M到平面ABC_1D_1的距离的最大值为1. 则正确说法的个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

9. 已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，点$M,N$在双曲线$C$上，$P(-a,0)$. 若$\triangle PMN$为等边三角形，且$|PF_2|=|F_2M|=|F_2N|$，则双曲线$C$的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}x$　　B. $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}x$　　C. $y=\pm x$　　D. $y=\pm\frac{\sqrt{7}}{3}x$

10. 已知正数a,b,c满足$a,b,c\neq1$，$a<b<c$，且$a+b=c$，记$m=\log_c(a^x+b^x)$，$n=\log_b(c^x-a^x)$，现有如下说法：

①若$a,b,c\in(1,+\infty)$，则$\forall x\in(1,+\infty)$，都有$m<n<x$；

②若$a,b,c\in(1,+\infty)$，则$\forall x\in(0,1)$，都有$n<x<m$；

③若$a,b,c\in(1,+\infty)$，则$\forall x\in(0,+\infty)$，都有$|m-x|\leqslant|n-x|\leqslant|m-n|$；

④若$a,b,c\in(0,1)$，则$\forall x\in[1,+\infty)$，都有$|n-x|\leqslant|m-x|\leqslant|m-n|$.

则正确说法的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11. 已知函数$f(x)=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\cdot|\sin x+\cos x|$，则下列说法错误的是

A. 函数$f(x)$的最小正周期为2π

B. 函数$f(x)$在$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$上单调递减

C. 若$f(x_1)+f(x_2)=-\sqrt{2}$，则x_1+x_2的值可以是$\frac{3\pi}{2}$

D. 函数$g(x)=4f(x)-x$有4个零点

12. 已知函数$f(x)=(x^2+1)e^x$，若对任意$0<x_2<x_1$，$\frac{|f(x_1)-f(x_2)|}{e^{x_1}+e^{x_2}}<\lambda(e^{x_1}-e^{x_2})$恒成立，则实数$\lambda$的取值范围为

A. $(-\infty,1]$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $(-\infty,3]$　　D. $\left[\frac{2}{e},+\infty\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 为了反映城市的人口数量 x 与就业压力指数 y 之间的变量关系，研究人员选择使用非线性回归模型 $y=e^{-\frac{9}{10}}\cdot e^{\frac{7}{10}x}$ 对所测数据进行拟合，并设 $z=\ln y$，得到的数据如表所示，则 $c=$________.

x	4	6	8	10
z	2	c	5	6

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}4^{2-x}, x\geqslant 2,\\4^{x-2}, x<2,\end{cases}$ 则 $f(2x-2)\geqslant f(x+1)$ 的解集为________.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_n=\frac{S_n+1}{2}$，首项为 1 的正项数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1\cdot b_2\cdot b_3\cdot\cdots\cdot b_n=(a_n\cdot b_n)^n$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $Q_n=$________.

16. 已知长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC<BB_1$，点 M 是线段 CC_1 上靠近点 C 的三等分点，记直线 A_1B，AD_1 的夹角为 α_1，直线 A_1B，BD 的夹角为 α_2，直线 AM，BD 的夹角为 α_3，则 α_1、α_2、α_3 之间的大小关系为________.（横线上按照从小到大的顺序进行书写）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生按照要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

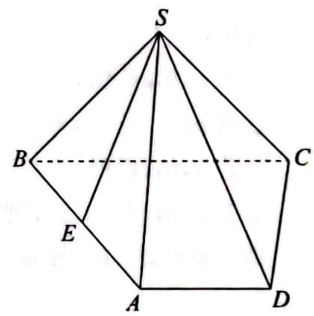
已知在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，其中 $\tan 2C=\frac{3}{4}$，C 为钝角，且 $\frac{b}{a}\cos A=2\cos B$.

（1）求角 B 的大小；

（2）若 $\triangle ABC$ 的面积为 6，求 $\triangle ABC$ 的周长.

18.（12 分）

如图所示，四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 中，点 E 在线段 AB 上（不含端点位置），$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle BAD=60°$，$AB=BC=SA=\sqrt{2}SB=\sqrt{2}SC=2AD=4$.

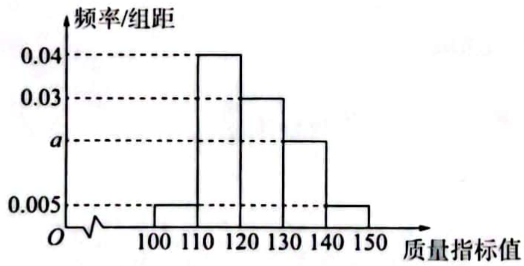


（1）求证：平面 $SBC\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若四面体 $BCSE$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$，判断 $\triangle BCE$ 是否为直角三角形. 若是，请指出哪个角是直角，若不是，请说明理由.

19.（12 分）

为了检查工厂生产的某产品的质量指标，随机抽取了部分产品进行检测，所得数据统计如下图所示.



（1）求 a 的值以及这批产品质量指标的平均值；

（2）若按照分层的方法从质量指标值在 $[110,130)$ 的产品中随机抽取 7 件，再从这 7 件中随机抽取 2 件，求至少有一件的指标值在 $[120,130)$ 的概率；

(3)为了调查 A、B 两个机器与其生产的产品质量是否具有相关性，以便提高产品的生产效率，质检人员选取了部分被抽查的产品进行了统计，所得数据如下表所示，判断是否有 99.9% 的把握认为机器类型与生产的产品质量具有相关性.

	A 机器生产	B 机器生产
优质品	200	80
合格品	120	80

附：

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

$k=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

20.(12 分)

已知圆 C_1 过点 $(-3,0)$，$(-1,2)$，$(1,0)$，抛物线 C_2：$y^2=2px(p>0)$ 过点 $A\left(\dfrac{1}{4},1\right)$.

(1)求圆 C_1 的方程以及抛物线 C_2 的方程；

(2)过点 A 作抛物线 C_2 的切线 l 与圆 C_1 交于 P，Q 两点，点 B 在圆 C_1 上，且直线 BP，BQ 均为抛物线 C_2 的切线，求满足条件的所有点 B 的坐标.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x+\lambda x^2$.

(1)若曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $x-y=0$ 相互垂直，探究函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)若函数 $g(x)=f(x)+e^{x-1}$ 有唯一的极值 0，求 λ 的值.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多选，则按所做的第一题计分。

22.(10 分)[选修 4—4：坐标系与参数方程]

已知在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{t^2+2}{t}, \\ y=\dfrac{3t^4-18}{5t}, \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系. 点 $P\left(2,\dfrac{\pi}{3}\right)$，曲线 C' 的极坐标方程为 $\rho=6\sin\theta$，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=3$，且直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点.

(1)求 $\triangle PAB$ 的面积；

(2)若 $\triangle OAB$ 的外接圆与曲线 C' 交于 M，N 两点，求直线 MN 的极坐标方程.

23.(10 分)[选修 4—5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|ax+1|$，且 $f(x)\leqslant 4$ 的解集为 $\left[-\dfrac{5}{3},1\right]$.

(1)求不等式 $f(x)+|x+3|>6$ 的解集；

(2)若关于 x 的不等式 $f(p)-3^q\leqslant|3p-2|+\lambda\cdot 3^{-q}$ 对任意的 p，q 恒成立，求实数 λ 的取值范围.