

海淀区 2020 ~ 2021 学年第一学期期中练习

高三数学

2020. 11

本试卷共4页, 150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上, 在试卷上作答无效。考试结束后, 将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分 (选择题 共40分)

一、选择题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合  $A = \{x | x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{0, 2, 4\}$ , 则  $A \cap B =$

- (A)  $\{0, 2\}$                       (B)  $\{0, 2, 4\}$                       (C)  $\{x | x \leq 3\}$                       (D)  $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

(2) 已知向量  $a = (m, 2)$ ,  $b = (2, -1)$ . 若  $a \parallel b$ , 则  $m$  的值为

- (A) 4                      (B) 1                      (C) -4                      (D) -1

(3) 命题 “ $\exists x > 0$ , 使得  $2^x \geq 1$ ” 的否定为

- (A)  $\exists x > 0$ , 使得  $2^x < 1$                       (B)  $\exists x \leq 0$ , 使得  $2^x \geq 1$   
(C)  $\forall x > 0$ , 都有  $2^x < 1$                       (D)  $\forall x \leq 0$ , 都有  $2^x < 1$

(4) 设  $a, b \in \mathbb{R}$ , 且  $a < b < 0$ , 则

- (A)  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       (B)  $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$   
(C)  $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$                       (D)  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$

(5) 下列函数中, 是偶函数且在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数的是

- (A)  $y = 2 \ln x$                       (B)  $y = |x^3|$   
(C)  $y = x - \frac{1}{x}$                       (D)  $y = \cos x$



(6) 已知函数  $f(x) = \ln x + x - 4$ , 在下列区间中, 包含  $f(x)$  零点的区间是

- (A) (0, 1)      (B) (1, 2)      (C) (2, 3)      (D) (3, 4)

(7) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n = a_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ), 则  $a_{2020} =$

- (A) 0      (B) 1      (C) 2020      (D) 2021

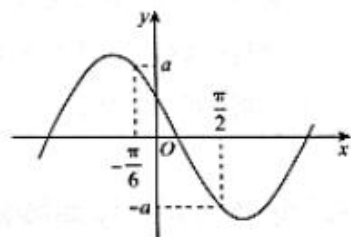
(8) 已知函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的部分图象如图所示, 将该函数的图象向左平移  $t$  ( $t > 0$ ) 个单位长度, 得到函数  $y = f(x)$  的图象. 若函数  $y = f(x)$  为奇函数, 则  $t$  的最小值是

(A)  $\frac{\pi}{12}$

(B)  $\frac{\pi}{6}$

(C)  $\frac{\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{3}$



(9) 设  $x, y$  是实数, 则 " $0 < x < 1$ , 且  $0 < y < 1$ " 是 " $\log_2 x + \log_2 y < 0$ " 的

- (A) 充分而不必要条件      (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件      (D) 既不充分也不必要条件

(10) 对于函数  $f(x)$ , 若集合  $\{x \mid x > 0, f(x) = f(-x)\}$  中恰有  $k$  个元素, 则称函数  $f(x)$  是 " $k$  阶准偶函数". 若函数  $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x \leq a, \\ x^2, & x > a \end{cases}$  是 " $2$  阶准偶函数", 则  $a$  的取值范围是

- (A)  $(-\infty, 0)$       (B)  $[0, 2)$       (C)  $[0, 4)$       (D)  $[2, 4)$

## 第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共5小题, 每小题5分, 共25分。

(11) 若复数  $z = (1+i)i$ , 则  $|z| =$  \_\_\_\_\_.

(12) 已知  $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) = 2$ , 则  $\tan \theta =$  \_\_\_\_\_.

(13) 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 若  $a_1 = 9$ , 公差  $d = -2$ , 则  $S_n$  的最大值为 \_\_\_\_\_.



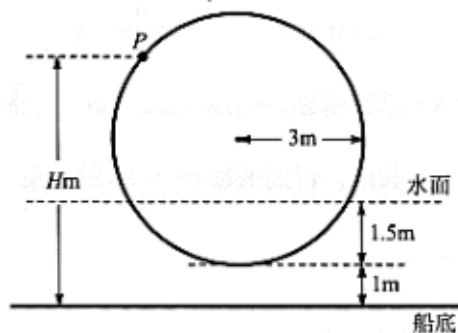
(14) 在边长为 2 的正三角形  $ABC$  中,  $M$  是  $BC$  的中点,  $D$  是线段  $AM$  的中点.

①若  $\overrightarrow{BD} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BC}$ , 则  $x+y =$  \_\_\_\_\_ ;

②  $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BM} =$  \_\_\_\_\_ .

(15) 唐代李皋发明了“桨轮船”, 这种船是原始形态的轮船, 是近代明轮航行模式之先导.

如图, 某桨轮船的轮子的半径为 3m, 它以  $1\text{rad/s}$  的角速度逆时针旋转. 轮子外边沿有一点  $P$ , 点  $P$  到船底的距离是  $H$  (单位: m), 轮子旋转时间为  $t$  (单位: s). 当  $t=0$  时, 点  $P$  在轮子的最高点处.



①当点  $P$  第一次入水时,  $t =$  \_\_\_\_\_ ;

②当  $t = t_0$  时, 函数  $H(t)$  的瞬时变化率取得最大值, 则  $t_0$  的最小值是 \_\_\_\_\_ .

三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

(16) (本小题共 14 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $\sin B = 2\sin C$ ,  $\cos A = \frac{3}{4}$ .

(I) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{7}$ , 求  $c$  的值;

(II) 求  $\frac{a}{c}$  的值.

(17) (本小题共 14 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_3 = 9$ ,  $a_3 + a_9 = 22$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 等比数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $b_1 = a_1$ , 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已知条件, 求满足  $S_n < 2020$  的  $n$  的最大值.

条件①:  $b_3 = a_1 + a_2$ ;

条件②:  $S_3 = 7$ ;

条件③:  $b_{n+1} > b_n$ .



(18) (本小题共 14 分)

已知函数  $f(x) = e^x(2x^2 - 3x)$ .

- (I) 求不等式  $f(x) > 0$  的解集;  
(II) 求函数  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上的最大值和最小值.

(19) (本小题共 14 分)

已知函数  $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{6})$ .

- (I) 求  $f(x)$  的单调递减区间;  
(II) 设  $g(x) = f(x)f(x - \frac{\pi}{6})$ . 当  $x \in [0, m]$  时,  $g(x)$  的取值范围为  $[0, 2 + \sqrt{3}]$ , 求  $m$  的最大值.

(20) (本小题共 14 分)

已知函数  $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + 2 + 4a$ .

- (I) 当  $a = -1$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(3, f(3))$  处的切线方程;  
(II) 若函数  $f(x)$  在区间  $(a, a+3)$  上具有单调性, 求  $a$  的取值范围;  
(III) 当  $a > 0$  时, 若  $x_1 + x_2 > 2$ , 求  $f(x_1) + f(x_2)$  的取值范围.

(21) (本小题共 15 分)

已知  $\{a_n\}$  是无穷数列,  $a_1 = a$ ,  $a_2 = b$ , 且对于  $\{a_n\}$  中任意两项  $a_i, a_j (i < j)$ , 在  $\{a_n\}$  中都存在一项  $a_k (j < k < 2j)$ , 使得  $a_k = 2a_j - a_i$ .

- (I) 若  $a = 3, b = 5$ , 求  $a_3$ ;  
(II) 若  $a = b = 0$ , 求证: 数列  $\{a_n\}$  中有无穷多项为 0;  
(III) 若  $a \neq b$ , 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》