绝密★启用前

天一大联考

"皖豫名校联盟体"2022届高中毕业班第一次考试

理科数学

巢湖一中、阜阳一中、淮北一中、合肥六中、怀远一中、利辛一中、蒙城一中、明光中学、宿城一中、天长中学、太和中学、铜陵一中、无为中学、宣城中学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

$(y+3)(y-1)\leq 0$ $y\in[-3,1]$

1. 已知集合 $M=\{x|-2\leqslant x<3\}$，$N=\{y|(y+3)(1-y)\geqslant 0\}$，则 $M\cap N=$

A. $\varnothing$　　B. $[-2,1]$　　C. $[-3,1]$　　D. $[-2,3)$

2. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，且 $f'(1)=a$，$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1)-f(1+\Delta x)}{2\Delta x}=1-a$，则实数 a 的值为

A. -2　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 2

3. 下列区间中，包含函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x+\dfrac{1}{x}$ 的零点的是

A. $(3,4)$　　B. $(2,3)$ $\log_{\frac{1}{2}}1+\frac{1}{x}>1$　　C. $(1,2)$　　D. $(0,1)$

4. 设向量 $\boldsymbol{a}=(4,-2)$，$\boldsymbol{b}=(1,2)$，且向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}=(1,-8)$ 共线，则实数 $\lambda=$

$x_1y_2-x_2y_1=0$

$(4\lambda,-2\lambda)$　$-8(4\lambda+1)=-2\lambda+2$

$(4\lambda+1,-2\lambda+2)$ $(1,-8)$　$-32\lambda-8+2\lambda=6$　$-30\lambda=10$　$\lambda=-\frac{1}{3}$

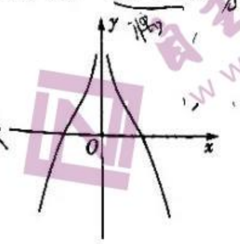
A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{8}$　　C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. -2

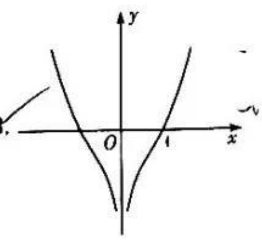
5. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=BC=x$，周长为20，将 $\triangle ABC$ 的面积表示成 x 的函数 $S(x)$，则

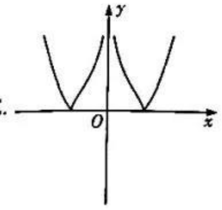
A. $S(x)=(10-x)\sqrt{20x-100}$，$5<x<10$　　B. $S(x)=(10-x)\sqrt{20x-100}$，$0<x<10$

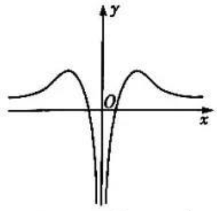
C. $S(x)=x(20-2x)$，$5<x<10$　　D. $S(x)=x(20-2x)$，$0<x<10$

6. 函数 $f(x)=(x^2+1)\ln|x|$ 的图象大致为

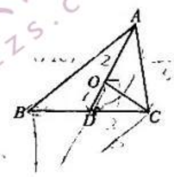
A. 

B. 

C. 

D. 

7. 如图所示,AD 是$\triangle ABC$ 的中线,O 是 AD 上的一点,且$\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OD}$,若$\overrightarrow{CO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$,其中$\lambda,\mu\in\mathbf{R}$,则$\lambda+\mu$的值为



A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

8. 已知 p: $\exists x\in(1,2)$, $x^2+4x-m=0$; q: $\exists x\in(1,2)$, $x^2-mx+4=0$. 则 p 是$\neg q$的

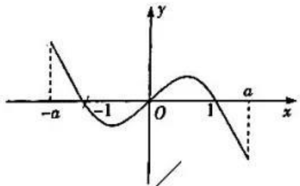
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

9. 已知函数$f(x)=a\sin(\omega x+\varphi)+\cos(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为 π,最小值为-2,且满足$f(x)=-f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$,则 $\varphi=$

A. $\pm\frac{\pi}{3}$　　B. $\pm\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{6}$或$\frac{\pi}{3}$　　D. $-\frac{\pi}{6}$或$-\frac{\pi}{3}$

10. 已知函数$f(x)(x\in\mathbf{R})$的图象是一条连续不断的曲线,设其导函数为$f'(x)$,函数$g(x)=(x^2-x)f'(x)$在区间$[-a,a]$上的图象如下,则$f(x)$在区间$(-a,a)$上



A. 有极大值和极小值　　B. 有极大值,没有极小值

C. 有极小值,没有极大值　　D. 没有极值

11. 已知函数$f(x)=\begin{cases}|x|, & -1\leqslant x<1,\\ f(x-2), & x\geqslant 1,\end{cases}$若方程$f(x)=k\ln x$ 恰有 5 个实根,则实数 k 的取值范围是

A. $\left(\frac{1}{\ln 5},\frac{1}{\ln 3}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{\ln 7},\frac{1}{\ln 5}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2\ln 3},\frac{1}{\ln 7}\right)$　　D. $\left\{\frac{1}{\ln 7}\right\}$

12. 已知函数$f(x)(x\in\mathbf{R})$及其导函数$f'(x)$满足$2f(x)+xf'(x)<0$ 且$f(x)\neq 0$. 若$[f(x)]^2+mf(x)+3\geqslant 0$恒成立,则

A. $m\geqslant -2\sqrt{3}$　　B. $m\geqslant 2\sqrt{3}$　　C. $-\sqrt{3}\leqslant m\leqslant\sqrt{3}$　　D. $m\leqslant 2\sqrt{3}$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 19 世纪德国数学家狄利克雷(Dirichlet)提出的"狄利克雷函数",在现代数学的发展过程中有着重要意义,已知狄利克雷函数的表达式为$D(x)=\begin{cases}1, & x\text{ 为有理数},\\ 0, & x\text{ 为无理数},\end{cases}$则 $D(1+D(\pi))+D(\pi+D(1))=$ ______.

D(λ)=0　D(1)=1 + D(λ+1)　1

14. 已知$\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=\frac{3}{4}$,且$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$,则 $\sin 2\alpha=$ ______.

15. 不与 x 轴重合的直线 l 与曲线 $y=x^3$ 与 $y=x^2$ 均相切,则 l 的斜率为________.

16. 已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2+bx-1}{e^x}$ 的最小值为 -1,函数 $g(x)=ax^3+3bx^2+1$ 的零点与极小值点相同,则 $a+b=$________.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且函数 $g(x)=f(x)+e^x$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的解析式;

(Ⅱ)求不等式 $f(x)\geqslant\dfrac{3}{4}$ 的解集.

18. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $a\cos B=b(1+\cos A)$.

(Ⅰ)证明:$A=2B$;

(Ⅱ)若 $\angle ACB$ 的平分线交 AB 于点 D,且 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCD$ 的面积的比为 $2:3$,求 $\cos B$.

19. (12 分)

已知函数 $f(x)=\sin^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x-\dfrac{1}{2}+m$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内的单调递增区间;

(Ⅱ)若 $f\left(\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\pi}{24}\right)=\dfrac{13}{10}$,$f\left(\alpha+\dfrac{\pi}{12}\right)=\dfrac{11}{50}$,求实数 m 的值.

20. (12分)

已知 $a\in\mathbf{R}$,命题 p:函数 $f(x)=x^2-2|x-a|$ 仅有一个极值点;命题 q:函数 $g(x)=\log_2(x^2-2ax+5)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递减.

(Ⅰ)若 p 为真命题,求 a 的取值范围;

(Ⅱ)若 $\neg(p\wedge q)$ 为真命题,$(\neg p)\wedge q$ 为假命题,求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x)=2x+\frac{a}{e^x}-1$ 的图象与直线 $y=1$ 相切.

(Ⅰ)求实数 a 的值;

(Ⅱ)若 $k<2$,且 $f(x)\geqslant kx-1$ 恒成立,求实数 k 的最小值.

22. (12分)

已知函数 $f(x)=x+m(\ln x+1)$,$m\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)若 $m=-1$,求函数 $f(x)$ 的极值;

(Ⅱ)若 $f(p)=f(q)=0(p\neq q)$,证明:$pq>1$.

天一大联考
“皖豫名校联盟体”2022 届高中毕业班第一次考试
理科数学 · 答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1. 答案 B

命题意图 本题考查集合的表示与运算.

解析 $N=\{y\mid -3\leqslant y\leqslant 1\}$，$M\cap N=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 1\}$.

2. 答案 D

命题意图 本题考查导数的定义.

解析 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1)-f(1+\Delta x)}{2\Delta x}=-\frac{1}{2}\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=-\frac{1}{2}a$，$-\frac{1}{2}a=1-a$，解得 $a=2$.

3. 答案 C

命题意图 本题考查零点存在性定理的应用.

解析 $\because$ 函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，且 $f(1)=1>0$，$f(2)=-1+\frac{1}{2}<0$，$\therefore f(x)$ 的零点在 $(1,2)$ 内.

4. 答案 C

命题意图 本题考查向量的坐标运算与向量的共线.

解析 由题意可得 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(4\lambda+1,-2\lambda+2)$，$\because \lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}=(1,-8)$ 共线，$\therefore -8(4\lambda+1)=-2\lambda+2$，解得 $\lambda=-\frac{1}{3}$.

5. 答案 A

命题意图 本题考查函数模型的应用.

解析 由题知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，$S(x)=\frac{1}{2}\times(20-2x)\times\sqrt{x^2-(10-x)^2}=(10-x)\sqrt{20x-100}$，又

$$\begin{cases}20-2x>0,\\20-2x<2x,\\x>0,\end{cases}$$ 解得 $5<x<10$.

6. 答案 B

命题意图 本题考查函数的性质与图象.

解析 因为当 $x\to 0$ 时，$f(x)\to-\infty$，所以可排除 A，C；当 $x\to+\infty$ 时 $f(x)\to+\infty$，可排除 D. 故正确的图象为 B.

7. 答案 C

命题意图 本题考查平面向量的线性运算.

解析 由题意知，O 是 $\triangle ABC$ 的重心，则 $\overrightarrow{CO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA})=\frac{1}{3}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA})=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，$\therefore \lambda=\frac{1}{3}$，$\mu=-\frac{2}{3}$，$\therefore \lambda+\mu=-\frac{1}{3}$.

8. 答案 A

命题意图 本题考查充分条件与必要条件的判断.

解析 p 等价于$\begin{cases}5 & m<0,\\ 12 & m>0,\end{cases}$解得 $5<m<12$；对于 q，$m=x+\frac{4}{x}$，当 $x\in(1,2)$ 时，$x+\frac{4}{x}\in(4,5)$，$\therefore 4<m<5$，$\therefore \neg q$：$m\leq 4$ 或 $m\geq 5$，$\because (5,12)\subsetneqq(-\infty,4]\cup[5,+\infty)$，$\therefore p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件.

9. **答案** A

命题意图 本题主要考查三角函数图象与性质的综合应用.

解析 由最小正周期为 π，可得 $\omega=2$. $\because$ 最小值为 -2，$\therefore \sqrt{a^2+1}=2$，$a=\pm\sqrt{3}$. $\because f(x)=-f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$，$\therefore$ 函数图象关于点$\left(\frac{\pi}{4},0\right)$对称. 若 $a=\sqrt{3}$，则 $f(x)=\sqrt{3}\sin(2x+\varphi)+\cos(2x+\varphi)=2\sin\left(2x+\varphi+\frac{\pi}{6}\right)$，$\therefore 2\times\frac{\pi}{4}+\varphi+\frac{\pi}{6}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore \varphi=k\pi-\frac{2\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，令 $k=1$，得 $\varphi=\frac{\pi}{3}$. 若 $a=-\sqrt{3}$，则 $f(x)=-\sqrt{3}\sin(2x+\varphi)+\cos(2x+\varphi)=-2\sin\left(2x+\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$，$\therefore 2\times\frac{\pi}{4}+\varphi-\frac{\pi}{6}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore \varphi=k\pi-\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，令 $k=0$，得 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$. 综上可得 $\varphi=\pm\frac{\pi}{3}$.

10. **答案** B

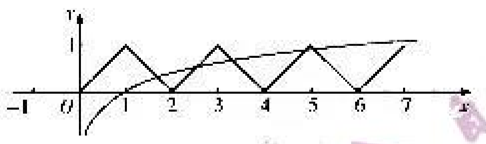
命题意图 本题考查导数与函数的性质.

解析 当 $-a\leq x<-1$ 时，$g(x)>0$，$x^2-x>0$，$\therefore f'(x)>0$，同理可得：当 $-1<x<0$ 时，$f'(x)<0$；当 $0<x<1$ 时，$f'(x)<0$；当 $1<x\leq a$ 时，$f'(x)<0$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 有极大值，没有极小值.

11. **答案** B

命题意图 本题考查函数与方程的综合问题，数形结合思想的应用.

解析 函数 $f(x)$ 与 $g(x)=k\ln x$ 的图象如下，因为方程 $f(x)=k\ln x$ 恰有 5 个实根，所以两函数图象有 5 个不同的交点，依题知$\begin{cases}k>0,\\ k\ln 5<1,\\ k\ln 7>1,\end{cases}$解得 $k\in\left(\frac{1}{\ln 7},\frac{1}{\ln 5}\right)$.



12. **答案** D

命题意图 本题考查抽象函数的导数问题.

解析 设 $g(x)=x^2f(x)$，则 $g'(x)=2xf(x)+x^2f'(x)=x[2f(x)+xf'(x)]$，$\because$ 当 $x<0$ 时，$g'(x)>0$，当 $x>0$ 时，$g'(x)<0$，$\therefore g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，$\because g(0)=0$，$\therefore g(x)\leq 0$，$\because f(x)\neq 0$，$\therefore f(x)<0$，不等式 $[f(x)]^2-mf(x)-3\geq 0$ 可转化为 $m\leq -f(x)-\frac{3}{f(x)}$，该不等式恒成立，则 $m\leq\left[-f(x)-\frac{3}{f(x)}\right]_{\min}=2\sqrt{3}$.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. **答案** 1

命题意图 本题考查函数的概念.

解析 $\because D(1+D(\pi))=D(1)=1$，$D(\pi+D(1))=D(\pi+1)=0$，$\therefore$ 原式 $=1$.

14. **答案** $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

命题意图 本题考查三角恒等变换的应用.

解析 $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=\frac{3}{4}=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=-\cos 2\alpha$, $\therefore \cos 2\alpha=-\frac{3}{4}$, $\because \alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$, $\therefore 2\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$, $\sin 2\alpha=-\sqrt{1-\cos^2 2\alpha}=-\frac{\sqrt{7}}{4}$.

15. **答案** $\frac{64}{27}$

命题意图 本题考查导数的几何意义.

解析 设直线 l 与曲线 $y=x^3$ 相切的切点坐标为 (x_0,x_0^3), $f'(x_0)=3x_0^2$, 切线方程为 $y=3x_0^2x-2x_0^3$, $\begin{cases}y=3x_0^2x-2x_0^3,\\ y=x^2,\end{cases}$ $\therefore x^2-3x_0^2x+2x_0^3=0$, $\Delta=9x_0^4-8x_0^3=0$, 得 $x_0=0$(舍去), 或 $x_0=\frac{8}{9}$, $\therefore l$ 的斜率为 $3x_0^2=\frac{64}{27}$.

16. **答案** 1

命题意图 本题考查利用导数研究函数的性质.

解析 对于 $f(x)$, 由题意知 $f'(x)=\frac{-ax^2+(2a-b)x+1+b}{e^x}$, 注意到 $f(x)$ 的最小值为 $f(0)=-1$, 所以 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 所以 $f'(0)=1+b=0$, 所以 $b=-1$. 若 $a<0$, 当 $x\to-\infty$ 时 $f(x)\to-\infty$, 不符合题意. 若 $a\geqslant 0$, 验证可知 $f(0)=-1$ 是 $f(x)$ 的最小值, 符合题意. 对于 $g(x)$, 若 $a=0$, $g(x)=-3x^2+1$ 不符合条件, 故 $a>0$. 令 $g'(x)=3ax^2-6x=0$, 得 $x=0$ 或 $x=\frac{2}{a}$, 因为 $a>0$, 所以 $g(x)$ 的极小值点为 $x=\frac{2}{a}$, 即 $g\left(\frac{2}{a}\right)=\frac{8}{a^2}-\frac{12}{a^2}+1=0$, 解得 $a=2$.

综上可知, $a+b=1$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查函数性质的应用,函数与不等式.

解析 (Ⅰ) $\because g(x)=f(x)+e^x$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,

$\therefore g(-x)=g(x)$, 即 $f(-x)+e^{-x}=f(x)+e^x$, ……………………………………………… (2 分)

$\because f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $\therefore f(-x)=-f(x)$, ……………………………………… (3 分)

$\therefore -f(x)+e^{-x}=f(x)+e^x$, ……………………………………………………………………… (4 分)

$\therefore f(x)=\frac{e^{-x}-e^x}{2}$. ………………………………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ) 由(Ⅰ)知 $\frac{e^{-x}-e^x}{2}\geqslant\frac{3}{4}$, 得 $2e^{-x}-2e^x-3\geqslant 0$, 即 $2(e^x)^2+3e^x-2\leqslant 0$, ………………… (6 分)

令 $t=e^x$, $t>0$, 则 $2t^2+3t-2\leqslant 0$, ………………………………………………………………… (7 分)

解得 $0<t\leqslant\frac{1}{2}$. ……………………………………………………………………………………… (8 分)

$\therefore 0<e^x\leqslant\frac{1}{2}$, $\therefore x\leqslant-\ln 2$, ……………………………………………………………… (9 分)

$\therefore$ 原不等式的解集为 $(-\infty,-\ln 2]$. …………………………………………………………… (10 分)

18. **命题意图** 本题考查正弦定理、余弦定理的应用.

解析 (Ⅰ) 由正弦定理及条件可得 $\sin A\cos B=\sin B(1+\cos A)$, ……………………………… (2 分)

所以 $\sin A\cos B-\sin B\cos A=\sin B$, 即 $\sin(A-B)=\sin B$, ……………………………………… (4 分)

因为 A,B 是三角形的内角, 所以 $A-B=B$,

因此 $A=2B$. ……………………………………………………………………………………

(Ⅱ)因为△ACD与△BCD的面积的比为2∶3，

所以$\frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}$，根据角平分线的性质可知$\frac{AC}{BC}=\frac{2}{3}$. …………………………(8分)

由正弦定理得$\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{2}{3}$. …………………………(9分)

又由(Ⅰ)知$A=2B$，所以$\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{\sin B}{2\sin B\cos B}=\frac{1}{2\cos B}=\frac{2}{3}$，…………………………(11分)

因此$\cos B=\frac{3}{4}$. …………………………(12分)

19. **命题意图** 本题考查三角恒等变换、三角函数的性质.

解析 (Ⅰ)由题意得$f(x)=\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}+m=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+m$，…………………………(3分)

由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

解得$-\frac{\pi}{6}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$. …………………………(4分)

又因为$x\in(0,\pi)$，所以$x\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right]$或$x\in\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right)$，…………………………(5分)

所以$f(x)$在$(0,\pi)$内的单调递增区间为$\left(0,\frac{\pi}{3}\right]$和$\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right)$. …………………………(6分)

(Ⅱ)由$f\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{24}\right)=\frac{13}{10}$，可得$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)+m=\frac{13}{10}$，得$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{13}{10}-m$，

由$f\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{11}{50}$，可得$\sin 2\alpha=\frac{11}{50}-m$，…………………………(8分)

所以$\sin 2\alpha=\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=1-2\sin^2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=1-2\left(\frac{13}{10}-m\right)^2=\frac{11}{50}-m$，

解得$m=\frac{1}{2}$或$\frac{13}{5}$. …………………………(10分)

当$m=\frac{13}{5}$时，$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{13}{10}-m<-1$，故舍去. …………………………(11分)

综上可得$m=\frac{1}{2}$. …………………………(12分)

20. **命题意图** 本题考查函数的性质，以及逻辑联结词的应用.

解析 (Ⅰ)$f(x)=x^2-2|x-a|=\begin{cases}x^2-2x+2a,x\geqslant a,\\x^2+2x-2a,x<a.\end{cases}$ …………………………(1分)

易知函数$y=x^2-2x+2a$和$y=x^2+2x-2a$分别在$x=1$和$x=-1$处取得极小值. …………………………(2分)

当$a\leqslant-1$时，$f(x)$仅有一个极小值点$x=1$，此时p为真；

当$-1<a<1$时，$f(x)$有两个极小值点$x=1$和$x=-1$，一个极大值点$x=a$，此时p为假；

当$a\geqslant1$时，$f(x)$仅有一个极小值点$x=-1$，此时p为真. …………………………(5分)

∴a的取值范围是$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$. …………………………(6分)

(Ⅱ)若命题q为真命题，

∵函数$g(x)=\log_2(x^2-2ax+5)$在$(-\infty,1)$上单调递减，

∴函数$y=x^2-2ax+5$在$(-\infty,1)$上单调递减，且恒大于0，…………

$\therefore\begin{cases}a\geq 1,\\ 1^2-2a\times 1-5\geq 0,\end{cases}$ $\therefore 1\leq a\leq 3.$ ……………………………………（9 分）

$\because \neg(p\wedge q)$ 为真命题，$\therefore p\wedge q$ 为假命题，

又$\because(\neg p)\wedge q$ 为假命题，$\therefore q$ 为假命题. ……………………………………（11 分）

由 q 为假命题可得 $a<1$ 或 $a>3$，

$\therefore a$ 的取值范围是 $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$. ……………………………………（12 分）

21. **命题意图** 本题考查利用导数研究函数的性质.

解析 （Ⅰ）$f'(x)=2-\frac{a}{e^x}$. ……………………………………（1 分）

若 $a\leq 0$，则 $f'(x)>0$，$\therefore f(x)$ 的图象不存在斜率为 0 的切线. ……………………………………（2 分）

若 $a>0$，令 $f'(x)=0$ 可得 $x=\ln\frac{a}{2}$. ……………………………………（3 分）

由题意 $f\left(\ln\frac{a}{2}\right)=2\ln\frac{a}{2}+2-1=1$， ……………………………………（4 分）

得 $a=2$. ……………………………………（5 分）

（Ⅱ）设 $g(x)=f(x)-kx-1=(2-k)x+\frac{2}{e^x}$，

则 $g'(x)=2-k-\frac{2}{e^x}$. ……………………………………（6 分）

$\because k<2$，$\therefore$ 令 $g'(x_0)=0$，可得 $k=2-\frac{2}{e^{x_0}}$. ……………………………………（7 分）

易知 $g'(x)$ 单调递增，$\therefore$ 在 $(-\infty,x_0)$ 上，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；

在 $(x_0,+\infty)$ 上，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增. ……………………………………（8 分）

$\therefore g(x)_{\min}=g(x_0)=(2-k)x_0+\frac{2}{e^{x_0}}=\frac{2(x_0+1)}{e^{x_0}}$. ……………………………………（9 分）

根据题意知 $g(x)\geq 0$ 恒成立，故 $g(x)_{\min}=\frac{2(x_0+1)}{e^{x_0}}\geq 0$，故 $x_0\geq -1$， ……………………………………（10 分）

当 $x_0\geq -1$ 时，$k=2-\frac{2}{e^{x_0}}\geq 2-2e$， ……………………………………（11 分）

即 k 的最小值为 $2-2e$. ……………………………………（12 分）

22. **命题意图** 本题考查利用导数研究函数的性质.

解析 （Ⅰ）当 $m=-1$ 时，$f(x)=x-\ln x-1$，定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$. ……………………………………（1 分）

由 $f'(x)>0$ 得 $x>1$；由 $f'(x)<0$ 得 $0<x<1$. ……………………………………（2 分）

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. ……………………………………（3 分）

$\therefore f(x)$ 的极小值为 $f(1)=0$，无极大值. ……………………………………（4 分）

（Ⅱ）由题意得 $f'(x)=\frac{x+m}{x}(x>0)$.

显然 $m<0$，此时 $f(x)$ 在 $(0,-m)$ 上单调递减，在 $(-m,+\infty)$ 上单调递增. ……………………………………（5 分）

$\because f(p)=f(q)=0$，不妨设 $0<p<-m<q$，

$\therefore\begin{cases}p+m(\ln p+1)=0,\\ q+m(\ln q+1)=0.\end{cases}$ ……………………………………（6 分）

两式相减得 $-m=\dfrac{p-q}{\ln p-\ln q}$，

两式相加得 $\ln p+\ln q=\dfrac{p+q}{-m}-2=\dfrac{p+q}{p-q}(\ln p-\ln q)-2$. ……（7分）

欲证 $pq>1$，即证 $\ln p+\ln q>0$，即证 $\dfrac{p+q}{p-q}(\ln p-\ln q)-2>0$，

即证 $\ln p-\ln q<\dfrac{2(p-q)}{p+q}$，即证 $\ln\dfrac{p}{q}-\dfrac{2\left(\dfrac{p}{q}-1\right)}{\dfrac{p}{q}+1}<0$. ……（8分）

令 $t=\dfrac{p}{q}$，$t\in(0,1)$，$g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，

则 $g'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$. ……（10分）

$\therefore g(t)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，$\because g(1)=0$，……（11分）

$\therefore g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}<0$，即原命题得证. ……（12分）

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度 ” 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。