

20230607 项目第一次模拟测试卷  
文科数学

本试卷共 4 页, 23 小题, 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

注意事项:

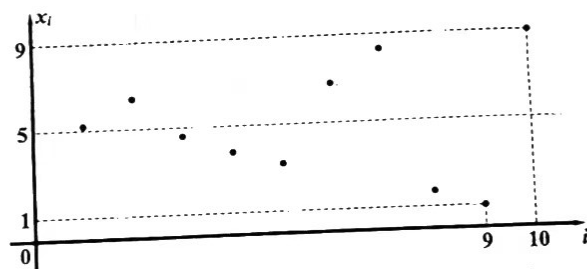
- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上, 并在相应位置贴好条形码.
- 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案.
- 非选择题必须用黑色水笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来答案, 然后再写上新答案, 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.
- 考生必须保证答题卡整洁. 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回.

一 选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $B = \{x | x^3 + 1 \leq 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\{-1\}$                       B.  $\{-2, -1\}$                       C.  $\{-2, -1, 0\}$                       D.  $\{-2, -1, 0, 1\}$

2. 设复数  $z$  满足  $z = \frac{1}{1-i} + i$ , 则  $|\bar{z}| =$   
 A. 2                                  B.  $\sqrt{5}$                                   C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                                   D.  $\sqrt{10}$

3. 如图, 一组数据  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}$  的平均数为 5, 方差为  $s_1^2$ , 去除  $x_9, x_{10}$  这两个数据后, 平均数为  $\bar{x}$ , 方差为  $s_2^2$ , 则



A.  $\bar{x} > 5, s_1^2 > s_2^2$       B.  $\bar{x} < 5, s_1^2 < s_2^2$       C.  $\bar{x} = 5, s_1^2 < s_2^2$       D.  $\bar{x} = 5, s_1^2 > s_2^2$

4. 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4a^2} = 1 (a > 0)$  的渐近线方程为

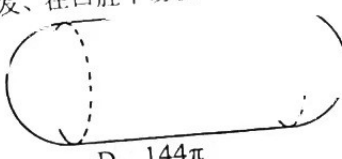
A.  $2x \pm y = 0$                       B.  $x \pm 2y = 0$                       C.  $4x \pm y = 0$                       D.  $x \pm 4y = 0$

5. 已知  $x, y$  为正实数, 则 “ $x + y > 4$ ” 是 “ $\ln x + \ln y > 2 \ln 2$ ” 的

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件                                  D. 既不充分也不必要条件

6. 已知  $x, y$  满足  $\begin{cases} |x - y - 2| \leq 0, \\ x + 2y - 5 \geq 0, \end{cases}$  则  $z = x + y + 1$  的最小值为

A. 3                                          B. 4                                          C. 5                                          D. 7

7. 对食道和胃粘膜有刺激性的粉末或颗粒,或口感不好、易于挥发、在口腔中易被唾液分解,以及易吸入气管的药需要装入胶囊,既保护了药物药性不被破坏,也保护了消化器官和呼吸道.在数学探究课中某同学设计一个“胶囊形”的几何体,由一个圆柱和两个半球构成,已知圆柱的高是底面半径的4倍,若该几何体表面积为 $108\pi$ ,则它体积为
- 
- A.  $72\pi$       B.  $96\pi$       C.  $108\pi$       D.  $144\pi$

8. 已知  $a = \sin \frac{1}{3}$ ,  $b = (\frac{1}{3})^{0.9}$ ,  $c = \frac{1}{2} \log_{27} 9$ , 则

- A.  $a < c < b$       B.  $a < b < c$       C.  $b < a < c$       D.  $c < a < b$

9. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) + \sin \omega x$  ( $\omega > 0$ ),  $f(x_1) = 0$ ,  $f(x_2) = \sqrt{3}$ , 且  $|x_1 - x_2| = \pi$ ,

则  $\omega$  的最小值为

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{2}{3}$       C. 1      D. 2

10. 二项式定理,又称牛顿二项式定理,由艾萨克·牛顿提出.二项式定理可以推广到任意实数次幂,即广义二项式定理:

$$\text{对于任意实数 } \alpha, (1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1} \cdot x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2 \times 1} \cdot x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-k+1)}{k \times (k-1) \times \dots \times 2 \times 1} \cdot x^k + \dots$$

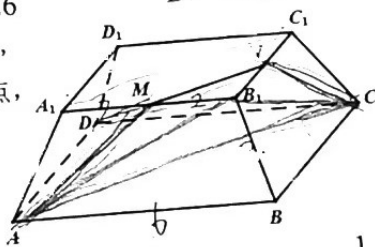
当  $|x|$  比较小的时候,取广义二项式定理的展开式的前两项可得:  $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha \cdot x$ , 并且  $|x|$  的值越小,所得结果就越接近真实数据.用这个方法计算  $\sqrt{5}$  的近似值,可以这样操作:  $\sqrt{5} = \sqrt{4+1}$ .

$$= \sqrt{4(1+\frac{1}{4})} = 2\sqrt{1+\frac{1}{4}} \approx 2 \times (1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}) = 2.25, \text{ 用这样的方法,估计 } \sqrt[3]{25} \text{ 的近似值约为}$$

- A. 2.922      B. 2.928      C. 2.926      D. 2.930

11. 如图,已知正四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=6$ ,  $A_1B_1=4$ ,  $BB_1=2$ , 点  $M, N$  分别为  $A_1B_1, B_1C_1$  的中点, 则下列平面中与  $BB_1$  垂直的平面是

- A. 平面  $A_1C_1D$       B. 平面  $DMN$   
C. 平面  $ACNM$       D. 平面  $AB_1C$



12. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2^x + 2}$ , 若对于任意的  $x \in [2, 3]$ , 不等式  $f(x) + f(a-2x) \leq \frac{1}{2}$  恒成立,

- 则实数  $a$  的取值范围是
- A.  $[5, +\infty)$       B.  $[4, +\infty)$       C.  $(-\infty, 6]$       D.  $(-\infty, 4]$

二. 填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 已知向量  $\vec{a} = (m, -2)$ ,  $\vec{b} = (1, 1)$ , 若  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 函数  $f(x) = x^3 - ax$  在  $x=1$  处的切线平行于直线  $x - y - 1 = 0$ , 则切线在  $y$  轴上的截距为 \_\_\_\_\_.

15. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a=1, B=60^\circ$ , 则  $b$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

16. 已知一族圆  $C_n: (x-n)^2 + (y-2n)^2 = n^2 (n \neq 0)$ , 直线  $l: y = kx + b$  是它们的一条公切线, 则  $k + b =$  \_\_\_\_\_.

三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

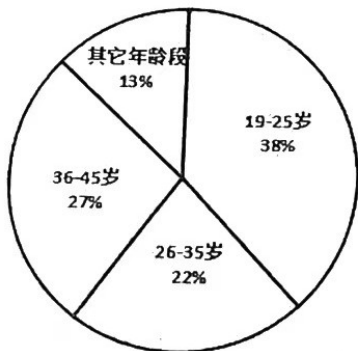
(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 已知正项数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_4 = 64$ , 且  $a_n a_{n+2} = k a_{n+1}^2 (n \in \mathbb{N}^*)$ .

(1) 求  $k$  的值;

(2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

18. (12 分) 随着国民旅游消费能力的提升, 选择在春节假期放松出行的消费者数量越来越多. 伴随着我国疫情防控形势趋向平稳, 被“压抑”已久的出行需求持续释放, “周边游”、“乡村游”等新旅游业态火爆, 为旅游行业发展注入新活力, 旅游预订人数也开始增多. 为了调查游客预订与年龄是否有关, 调查组对 400 名不同年龄段的游客进行了问卷调查, 其中有 200 名游客预定了, 这 200 名游客中各年龄段所占百分比见下图:



已知在所有调查游客中随机抽取 1 人, 抽到不预订的且在 19-35 岁年龄段的游客概率为  $\frac{3}{16}$ .

(1) 请将下列  $2 \times 2$  列联表补充完整.

	预订旅游	不预订旅游	合计
19-35 岁	a		
18 岁以下及 36 岁以上	c		
合计			

能否在犯错误概率不超过 0.001 的前提下, 认为旅游预订与年龄有关? 请说明理由.

(2) 将上述调查中的频率视为概率, 按照分层抽样的方法, 从预订旅游客群中选取 5 人, 在从这 5 人中任意取 2 人, 求 2 人中恰有 1 人是 19-35 岁年龄段的概率.

附:  $K^2 = \frac{n \kappa}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

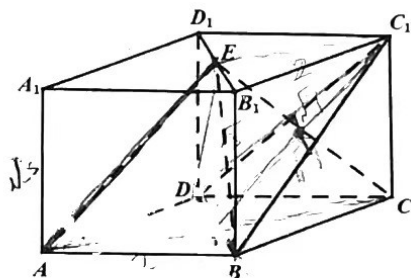
$P(K^2 \leq \kappa)$	0.100	0.050	0.010	0.005	0.001
$\kappa$	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828



19. (12分) 已知直棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  为菱形, 且  $AB=AD=BD=2$ ,  $AA_1=\sqrt{3}$ , 点  $E$  为  $B_1D_1$  的中点.

(1) 证明:  $AE \parallel$  平面  $BDC_1$ ;

(2) 求三棱锥  $E-BDC_1$  的体积.



20. (12分) 已知函数  $f(x) = (x-a)^2 + be^x$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

(1) 若  $a=0$  时, 函数  $y=f(x)$  有 2 个极值点, 求  $b$  的取值范围;

(2) 若  $a=1, b=\frac{2}{e}$ , 方程  $f(x)=3$  有几个解?

21. (12分) 已知抛物线  $C: x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 上一点  $P$ , 若  $P$  处的切线斜率为  $-1$ , 且该切线与  $y$  轴相交于  $D(0, -1)$ .

(1) 求抛物线  $C$  的标准方程;

(2) 过点  $D$  的直线与曲线  $C$  相交于  $A, B$  两点, 若直线  $PA, PB$  分别与  $x$  轴相交于  $M, N$  两点, 求  $M, N$  两点横坐标的和.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为:  $\begin{cases} x = -1 + t \cos \alpha \\ y = -3 + t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为:  $\rho = 4 \cos \theta$ .

(1) 当  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  时, 求直线  $l$  的普通方程和曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $|AB| = 2$ , 求  $\sin 2\alpha$  的值.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + b = ab$ .

(1) 求证:  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{1}{2}$ ;

(2) 求  $M = |2a-1| + |3b-1|$  的最小值.

密

封

线

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线