2022-2023 学年度第二学期第二次月考

高二文科数学试题评分标准

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	A	D	B	A	A	C	B	B	D	A	D	C

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 5　　**14.** $(0,1)$　　**15.** $y=3x$　　**16.** $(-1,0)$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．解：(1)根据表中数据，A 共有班次 260 次，准点班次有 240 次，

设 A 家公司长途客车准点事件为 M，则 $P(M)=\dfrac{240}{260}=\dfrac{12}{13}$ ……………………………3 分

B 共有班次 240 次，准点班次有 210 次，

设 B 家公司长途客车准点事件为 N，则 $P(N)=\dfrac{210}{240}=\dfrac{7}{8}$

A 家公司长途客车准点的概率为 $\dfrac{12}{13}$；B 家公司长途客车准点的概率为 $\dfrac{7}{8}$．……………………6 分

(2) $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$=\dfrac{500\times(240\times30-210\times20)^2}{260\times240\times450\times50}\approx3.205>2.706$，…………………………………………………10 分

所以有 90% 的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关.……………12 分

18．解：(1)因为 $a_2+a_4=14$，所以 $2a_3=14$，解得 $a_3=7$．…………………………………… 2 分

又 a_1,a_2,a_6 成等比数列，所以 $a_2^2=a_1a_6$，…………………………………… 3 分

设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，所以 $(7-d)^2=(7-2d)(7+3d)$．…………………………………… 4 分

整理得 $d^2-3d=0$，因为 $d\neq0$，所以 $d=3$．…………………………………… 6 分

所以 $a_n=a_3+(n-3)d$，即 $a_n=3n-2$．…………………………………… 7 分

(2)因为 $b_n=\dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3n-2}-\dfrac{1}{3n+1}\right)$，…………………………………… 9 分

所以 $S_n=\dfrac{1}{3}\left[\left(1-\dfrac{1}{4}\right)+\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{7}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{3n-2}-\dfrac{1}{3n+1}\right)\right]$ …………………………………… 10 分

$=\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{3n+1}\right)=\dfrac{n}{3n+1}$．…………………………………… 12 分

19. 解：(1)由正弦定理可得 $\sin C\cdot\sin B=\sin B\cdot\sin\frac{A+B}{2}$，……… 2 分

因为 $\sin B\neq 0$，所以 $\sin\frac{A+B}{2}=\sin C$. 又因为 $A+B+C=\pi$，$\frac{A+B}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$，…………………………………………………………………………………………… 3 分

所以 $\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2})=\cos\frac{C}{2}=\sin C=2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}$. ………………………………………………… 5 分

因为 $\cos\frac{C}{2}\neq 0$，所以 $\sin\frac{C}{2}=\frac{1}{2}$，即 $\frac{C}{2}=\frac{\pi}{6}$，$C=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………………… 6 分

(2)因为 $C=\frac{\pi}{3}$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab=\sqrt{3}$，所以 $ab=4$. ……………………………… 7 分

由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2-2ab\cos\frac{\pi}{3}$

$=a^2+b^2-ab\geqslant 2ab-ab=ab=4$，…………………………………………………………………… 10 分

当且仅当 $a=b=2$ 时取等号，所以 $c^2\geqslant 4$.

因为 $c>0$，所以 c 的取值范围是 $[2,+\infty)$. ……………………………………………………… 12 分

20. 解：(1) 因为 $f(x)=e^x+ax+b$ 过坐标原点，$\therefore 1+b=0$，$b=-1$ ……………………………2 分

又 0 是函数 $f(x)=e^x+ax+b$ 的唯一极值点，$f'(x)=e^x+a$，

$\therefore f'(0)=0$，即 $1+a=0$，$a=-1$ ……………………………………………………………………………4 分

(2) 由 (1) 知，$f(x)=e^x-x-1$

$\therefore$不等式 $f(x)>mx-1$ 在 $x\in[\frac{1}{e},e]$ 上恒成立，即 $m<\frac{e^x}{x}-1$ 在 $x\in[\frac{1}{e},e]$ 上恒成立………………6 分

令 $g(x)<\frac{e^x}{x}-1(x\in[\frac{1}{e},e])$，　$\therefore g'(x)<\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ ……………………………………………………7 分

令 $g'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}=0$，解得 $x=1$，……………………………………………………………8 分

当 $\frac{1}{e}\leq x<1$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，当 $1<x\leq e$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，……10 分

$\therefore g(x)_{\min}=g(1)=e-1$，$\therefore m<e-1$ ……………………………………………………………11 分

$\therefore$正实数 m 的取值范围 $(0,e-1)$ …………………………………………………………………………12 分

21. 解：(1)由题意可知 $ab=2\sqrt{3}$，$a=2c$，$b=\sqrt{3}c$，…………………………………………………… 1 分

所以 $a=2$，$b=\sqrt{3}$，$c=1$，…………………………………………………………………………………… 2 分

故椭圆 E 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………………………………………… 3 分

(2)设直线 l 的方程为 $x=my+1(m\neq 0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

联立方程组 $\begin{cases} x=my+1, \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1, \end{cases}$ 得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，………………………………… 4 分

所以 $y_1+y_2=-\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$，$x_1+x_2=\frac{8}{3m^2+4}$. …………………………… 5 分

因为 $N(0,-\frac{1}{m})$，$Q(\frac{4}{3m^2+4},-\frac{3m}{3m^2+4})$，…………………………………………………… 9 分

所以 $k_{OQ}=-\frac{3}{4}m$，$k_{NP}=\frac{4}{3m}$. …………………………………………………………………… 10 分

由 $\frac{4}{3m}=-1$，得 $m=-\frac{4}{3}$，…………………………………………………………………………… 11 分

故直线 l 的方程为 $3x+4y-3=0$. ……………………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)由 $\begin{cases} x=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数)，

可得 l 的普通方程 $x-y+1=0$. ………………………………………………………………………… 2 分

由曲线 C 的极坐标方程 $\rho^2+3\rho^2\sin^2\theta=4$ 及 $\begin{cases} \rho^2=x^2+y^2, \\ \rho\sin\theta=y, \end{cases}$ ………………………………………… 3 分

可得 $x^2+y^2+3y^2=4$，整理得 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，

所以曲线 C 的直角坐标方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………… 5 分

(2)易知点 M 在直线 l 上，………………………………………………………………………………… 6 分

将 l 的参数方程代入 C 的直角坐标方程，得 $(-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2+4\times(\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2=4$，即 $5t^2-2\sqrt{2}t-6=0$. ……… 7 分

设 P,Q 对应的参数分别为 t_1,t_2，则 $t_1+t_2=\frac{2\sqrt{2}}{5}$，$t_1t_2=-\frac{6}{5}$，……………………………………… 8 分

因为 $t_1t_2<0$，所以 $||MP|-|MQ||=|t_1+t_2|=\frac{2\sqrt{2}}{5}$. ………………………………………………… 10 分

23. 解

（1）若 $a=1$，$f(x)=|x-1|+|2x+4|=\begin{cases} -3x-3, x\le -2 \\ x+5, -2<x<1 \\ 3x+3, x\ge 1 \end{cases}$，……………………………………2 分

则当 $x\leqslant -2$ 时，$f(x)\le 9$ 即 $-3x-3\le 9$，解得 $x\ge -4$ ，即 $-4\le x\le -2$，

当 $-2<x<1$ 时，$f(x)\le 9$ 即 $x+5\le 9$，解得 $x\le 4$ ，即 $-2<x<1$，

当 $x\ge 1$ 时，$f(x)\le 9$ 即 $3x+3\le 9$，解得 $x\le 2$ ，即 $1\le x\le 2$，……………………………………4 分

故 $f\left(x\right)\le 9$ 的解集为 $[-4,2]$；…………………………………………………………………5 分

（2）不等式 $f\left(x\right)\ge \left|x+2\right|+5$，即 $\left|x-a\right|+\left|2x+4\right|\ge \left|x+2\right|+5$，

即 $\left|x-a\right|+\left|x+2\right|\ge 5$，因为 $\left|x-a\right|+\left|x+2\right|\ge |a+2|$，……………………………………………8 分

故有 $|a+2|\ge 5$，解得 $a\ge 3$ 或 $a\le -7$，

即 a 的取值范围为 $(-\infty,-7]\cup[3,+\infty)$．……………………………………………………………10 分