江西省八所重点中学2023届高三联考数学（文）试卷答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	B	C	B	C	D	A	D	D	B	C	B	B

13. -1　　14. $\frac{1}{3}$　　15. 6　　16. $[2,+\infty)$

17. 【详解】

（1）由题意，令 $y=-x^2+n=0$，解得 $x=\pm\sqrt{n}$；

又A在 x 轴正半轴，故 $A(\sqrt{n},0)$，$y'=-2x$，故切线斜率 $k=-2\sqrt{n}$；　……………………………2′

抛物线在点 $A(\sqrt{n},0)$ 处的切线方程为 $y=-2\sqrt{n}(x-\sqrt{n})$　……………………………4′

令 $x=0, y=2n$　所以它在 y 轴上的截距 $a_n=2n$.　……………………………6′

（2）由题意，$b_n=n^2$　故 $\frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\cdots+\frac{1}{b_n}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}$

又对 $n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\geq 2$ 时 $\frac{1}{n^2}<\frac{1}{n(n-1)}=\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}$　……………………………8′

$\therefore \frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\cdots+\frac{1}{b_n}<1+\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{(n-1)n}=1+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}=2-\frac{1}{n}$ 得证……12′

18.（1）解：由题意得：$x=\frac{\frac{45}{0.75}}{0.06\times 5}=200$，$y=\frac{25}{200\times 0.04\times 5}=0.625$，$z=200\times 0.03\times 5\times 0.2=6$，

所以 $x=200$，$y=0.625$，$z=6$.　……………………………3′

（2）根据频率分直方图，估计这 x 人年龄的平均值为：

$\overline{x}=22.5\times 0.3+27.5\times 0.2+32.5\times 0.2+37.5\times 0.15+42.5\times 0.15=30.75\approx 31$.

所以估计这 x 人年龄的平均值为31.　……………………………7′

（3）从年龄段在 $[25,35)$ 的"环保族"中采取分层随机抽样的方法抽取9人进行专访，

从年龄段在 $[25,30)$ 的"环保族"中选 $9\times\frac{25}{25+20}=5$（人），分别记为 A，B，C，D，E.

从年龄段在 $[30,35)$ 的"环保族"中选 $9\times\frac{20}{25+20}=4$（人），分别记为 a，b，c，d.

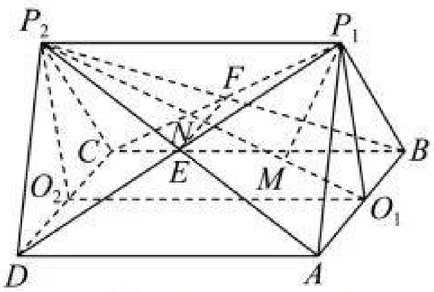
在这9人中选取2人作为记录员，所有的基本事件有 (A,B)，(A,C)，(A,D)，(A,E)，(A,a)，(A,b)，(A,c)，(A,d)，(B,C)，(B,D)，(B,E)，(B,a)，(B,b)，(B,c)，(B,d)，(C,D)，(C,E)，(C,a)，(C,b)，(C,c)，(C,d)，(D,E)，(D,a)，(D,b)，(D,c)，(D,d)，(E,a)，(E,b)，(E,c)，(E,d)，(a,b)，(a,c)，(a,d)，(b,c)，(b,d)，(c,d)，共36种.　……………………………9′

选取的2名记录员中至少有1人年龄在 $[30,35)$ 中包含的基本事件有 (A,a)，(A,b)，(A,c)，(A,d)，(B,a)，(B,b)，(B,c)，(B,d)，(C,a)，(C,b)，(C,c)，(C,d)，(D,a)，(D,b)，(D,c)，(D,d)，(E,a)，(E,b)，(E,c)，(E,d)，(a,b)，(a,c)，(a,d)，(b,c)，(b,d)，(c,d)，共26种.　……………………………11′

因此，选取的2名记录员中至少有1人年龄在 $[30,35)$ 中的概率 $P=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$，

所以选取的2名记录员中至少有1人年龄在 $[30,35)$ 中的概率 $\frac{13}{18}$.　……………………………12′

19. 【详解】（1）



连接 P_1P_2，O_1O_2，如图，因为 $P_1O_1\perp$ 平面 ABCD，$P_2O_2\perp$ 平面 ABCD，

所以 $P_1O_1 // P_2O_2$，又 $P_1O_1=P_2O_2$，所以四边形 $P_1O_1O_2P_2$ 是矩形， ……………………………2′

所以 $P_1P_2 // O_1O_2$，$P_1P_2=O_1O_2$，来源：高三答案公众号

又 O_1，O_2 分别为 AB，CD 的中点，所以 $O_1O_2 // AD$，$O_1O_2=AD$，

所以 $P_1P_2 // AD$，$P_1P_2=AD$，所以四边形 P_1P_2DA 是平行四边形， ……………………………4′

又对角线 $P_2A\cap DP_1=E$，所以点 E 为线段 P_2A 的中点. ……………………………6′

（2）连接 P_2O_1，交 EF 于点 N，过点 P_1 作 $P_1M\perp P_2O_1$ 于 M，

由题意知 $P_2A=P_2B$，故 $P_2O_1\perp AB$，

又 $P_1O_1\perp AB$，$P_2O_1\cap P_1O_1=O_1$，P_2O_1，$P_1O_1\subset$ 平面 $P_2P_1O_1$，所以 $AB\perp$ 平面 $P_2P_1O_1$， ……………………………7′

故 $AB\perp P_1M$，又 $P_2O_1\cap AB=O_1$，P_2O_1，$AB\subset$ 平面 P_2AB，

所以 $P_1M\perp$ 平面 P_2AB，即 P_1M 是四棱锥 P_1-ABFE 的高，

由（1）同理可得点 F 为线段 P_2B 的中点，所以 $EF // AB$，$EF=\frac{1}{2}AB=2$，

在 Rt$\triangle P_2O_2O_1$ 中，$P_2O_1=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，则 $NO_1=\sqrt{5}$，所以 $S_{ABFE}=\frac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$， ………………9′

因为 $P_1M=P_1O_1\sin\angle P_1O_1M=2\times\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$，

所以 $V=V_{P_1-ABCD}-V_{P_1-ABEF}=\frac{1}{3}\times2\times4^2-\frac{1}{3}\times3\sqrt{5}\times\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{20}{3}$. ……………………………12′

20. 解：(1)由已知可得 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，$c=1$　$b^2=a^2-c^2=3$

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ……………………………4′

(2)设 $l_{AB}:y=k(x-1)$, $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

将直线 $AM:y=\frac{y_1}{x_1-4}(x-4)$ 代入椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 化简

可得：$(5-2x_1)x^2+(2x_1^2-8)x-5x_1^2+8x_1=0$ ……………………………6′

又$\because$　$x_1\cdot x_{A_1}=\frac{8x_1-5x_1^2}{5-2x_1}$

$\therefore x_{A_1}=\dfrac{8-5x_1}{5-2x_1}$ 则 $y_{A_1}=\dfrac{y_1}{5-2x_1}$ ……………………………7′

同理 $x_{B_1}=\dfrac{8-5x_2}{5-2x_2}$ $\quad y_{B_1}=\dfrac{y_2}{5-2x_2}$ ……………………………8′

则 $k_{A_1B_1}=\dfrac{y_{B_1}-y_{A_1}}{x_{B_1}-x_{A_1}}=\dfrac{\dfrac{y_2}{5-2x_2}-\dfrac{y_1}{5-2x_1}}{\dfrac{8-5x_2}{5-2x_2}-\dfrac{8-5x_1}{5-2x_1}}=\dfrac{y_2(5-2x_1)-y_1(5-2x_2)}{(8-5x_2)(5-2x_1)-(8-5x_1)(5-2x_2)}=\dfrac{3k(x_1-x_2)}{-9(x_1-x_2)}=-\dfrac{k}{3}$ ……10′

$\because k_{AB}=k,k_{A_1B_1}=-\dfrac{k}{3}$ $\quad\therefore \dfrac{k_2}{k_1}=\dfrac{k_{AB}}{k_{A_1B_1}}=-3$ ……………………………12′

21. 解答：(1)当 $a=2$ 时，$f\left(x\right)=x^2+3x-2\ln x$

$f'\left(x\right)=2x+3-\dfrac{2}{x}$ ……………………………1′

设切线斜率为 K 时 $k=f'\left(1\right)=3$ ……………………………2′

$\because f\left(1\right)=4$

$\therefore$ 切线方程为：$y=3\left(x-1\right)+4$ 即 $3x-y+1=0$ ……………………………4′

(2) $\because f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}ax^2+\left(2a-1\right)x-2\ln x$

$\therefore f'\left(x\right)=ax+\left(2a-1\right)-\dfrac{2}{x}=\dfrac{ax^2+\left(2a-1\right)x-2}{x}=\dfrac{\left(ax-1\right)\left(x+2\right)}{x}$

$\because a>0,x>0$ 来源：高三答案公众号

当 $x\in\left(0,\dfrac{1}{a}\right)$ 时 $f'\left(x\right)<0$

当 $x\in\left(\dfrac{1}{a},+\infty\right)$ 时 $f'\left(x\right)>0$ ……………………………6′

$f\left(x\right)_{\min}=f\left(\dfrac{1}{a}\right)=2+2\ln a-\dfrac{1}{2a}$ ……………………………7′

要证 $f\left(x\right)\geq 4-\dfrac{5}{2a}$

即证 $2+2\ln a-\dfrac{1}{2a}\geq 4-\dfrac{5}{2a}$

即证 $\ln a+\frac{1}{a}-1\geq 0$

即证 $\ln\frac{1}{a}-\frac{1}{a}+1\leq 0$

构造函数 $h(x)=\ln x-x+1$ ……………………………9′

$h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$

$h(x)$ 右（0、1）递增，在 $(1,+\infty)$ 递减

$\therefore h(x)\leq h(1)=0$　　∴ 原不等式成立. ……………………………12′

22. 解①$\because\left(\frac{x}{2}\right)^2=\frac{4k^2}{(1+k^2)^2}$　　$y2=\frac{1-2k^2+k^2}{(1+k^2)^2}$

$\therefore\left(\frac{x}{2}\right)^2+y^2=1$　　即 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ ……………………………4′

②将直线 l 代入曲线 C　$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 可得

$(4\sin^2\theta+\cos^2\theta)t^2+(4\sin\theta+2\cos\theta)t-2=0$ ……………………………6′

$\because\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{O}$　　即 $t_1+t_2=0$ ……………………………8′

$\therefore 4\sin\theta+2\cos\theta=0$

$k=\tan\theta=-\frac{1}{2}$

∴ AB 所在直线方程为：$y=-\frac{1}{2}(x-1)+\frac{1}{2}$ 即 $x+2y-2=0$ ……………………………10′

23. 解：（1）原不等式可化为 $\begin{cases}x<\frac{3}{2}\\3-2x+2-x\leq 3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\frac{3}{2}\leq x\leq 2\\2x-3+2-x\leq 3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>2\\2x-3+x-2\leq 3\end{cases}$

解得:$\frac{2}{3}\leq x<\frac{3}{2}$ 或 $\frac{3}{2}\leq x\leq 2$ 或 $2<x\leq\frac{8}{3}$. 综上所述，原不等式的解集为 $M=\left\{x\middle|\frac{2}{3}\leq x\leq\frac{8}{3}\right\}$. ………………5′

（2）由（1）可知 $m=\frac{2}{3}$，所以 $a+b=2$，所以 $\frac{b^2+5}{a}+\frac{a^2}{b}=\frac{(2-a)^2+5}{a}+\frac{(2-b)^2}{b}$

$=\frac{a^2-4a+9}{a}+\frac{b^2-4b+4}{b}=a+b+\frac{9}{a}+\frac{4}{b}-8$ ………………7′

$=\frac{9}{a}+\frac{4}{b}-6=\frac{1}{2}\left(\frac{9}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)-6$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{9b}{a}+\frac{4a}{b}+13\right)-6\geq\frac{1}{2}\left(2\sqrt{\frac{9b}{a}\bullet\frac{4a}{b}}+13\right)-6=\frac{13}{2},\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 8'$$

当且仅当 $2a=3b=\frac{12}{5}$ 时等号成立. 所以 $\frac{b^2+5}{a}+\frac{a^2}{b}$ 的最小值为 $\frac{13}{2}$ ……………10′

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线