

## 2021 届高三 二轮复习联考(三) 全国卷 1 理科数学试卷

**注意事项:**

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟, 满分 150 分

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集为  $U$ , 集合  $P, Q$  为  $U$  的子集,  $P \cap (\complement_U Q) = P$ , 则  $Q \cap (\complement_U P) =$

- A.  $\emptyset$                       B.  $P$                       C.  $Q$                       D.  $U$

2.  $\sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} =$

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 已知  $i$  是虚数单位, 复数  $z$  的共轭复数为  $\bar{z}$ , 下列说法正确的是

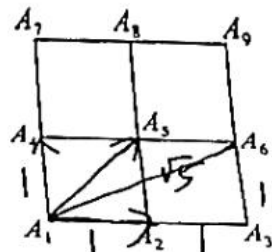
- A. 如果  $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ , 则  $z_1, z_2$  互为共轭复数  
 B. 如果复数  $z_1, z_2$  满足  $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ , 则  $z_1 + z_2 = 0$   
 C. 如果  $z^2 = \bar{z}$ , 则  $|z| = 1$   
 D.  $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

4. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 且公差不为 0, 若  $a_k + a_{k+2} = a_{k+1}, k \in \mathbb{N}^*$ , 则

- A.  $S_k = S_{k+1}$                       B.  $S_{k+1} = S_{k+2}$                       C.  $S_k = S_{k+2}$                       D.  $S_{k-1} = S_k$

5. 如图正方形  $A_1 A_3 A_9 A_7$  的边长为 2, 设  $A_2, A_4, A_6, A_8$  是所在边的中点, 中心为  $A_5$ , 则  $\sum_{i=2}^9 (\overrightarrow{A_1 A_i} \cdot \overrightarrow{A_1 A_i}) =$

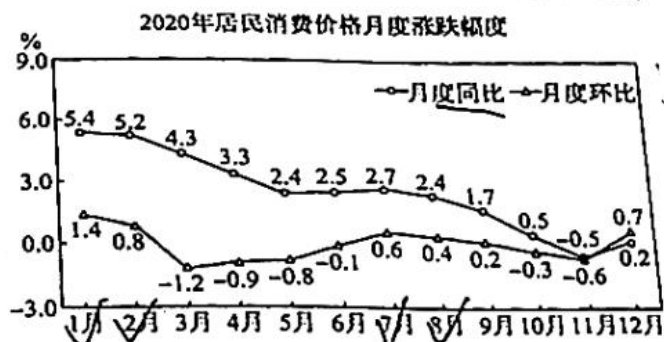
- A. 6                                      B. 7  
 C. 8                                      D. 9



6. 直线  $x=4$  被中心在坐标原点, 焦点在坐标轴上的双曲线截得的线段长为 6, 被该双曲线的两条渐近线截得的线段长为  $4\sqrt{3}$ , 则该双曲线的标准方程为

- A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  或  $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{3} = 1$       B.  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$  或  $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 1$   
C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$       D.  $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} = 1$

7. 下图是 2020 年我国居民消费价格月度涨跌幅度图(来源于国家统计局网站), 从 12 个月中任选 3 个月, 则其中恰有 两个月月度环比为正且月度同比不低于 2 的概率为



- A.  $\frac{2}{11}$       B.  $\frac{12}{55}$       C.  $\frac{16}{55}$       D.  $\frac{24}{55}$
8. 圆锥的高为 1, 体积为  $\pi$ , 则过该圆锥顶点的平面截此圆锥所得截面面积的最大值为  
A. 2      B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 1
9. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{\sin x} + \sin x + 1$ , 定义域为  $R$  的函数  $g(x)$  满足  $g(-x) + g(x) = 2$ , 若函数  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  图象的交点为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_6, y_6)$ , 则  $\sum_{i=1}^6 (x_i + y_i) =$   
A. 0      B. 6      C. 12      D. 24
10. 函数  $f(x) = 2|\sin(\frac{\pi}{6} + x)\sin(\frac{\pi}{3} - x)|$ , 若不等式  $f(x) \leq f(x_0)$  对  $x \in R$  恒成立, 则  $x_0$  的  
最小正值为  
A.  $\frac{\pi}{12}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{5\pi}{12}$       D.  $\frac{7\pi}{12}$

11. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$ , 若直线  $l: x+y+m=0 (m>0)$  上有且仅有一点  $A$  满足: 过点  $A$  作圆  $C$  的两条切线  $AP, AQ$ , 切点分别为  $P, Q$ , 且使得四边形  $APCQ$  为正方形, 则  $m$  的值为

- A. 1      B.  $2\sqrt{2}$       C. 3      D. 7

12. 已知  $m = \log_{12} \pi, n = \log_{12} e, p = e^{-\frac{1}{2}}$ , 则  $m, n, p$  的大小关系是(其中  $e$  为自然对数的底数)  
A.  $m < n < p$       B.  $m < n < p$       C.  $n < m < p$       D.  $n < p < m$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知  $(ax+1)^n$  的展开式中  $x^n$  的系数为  $A$ ,  $(x-1)(x+a)^n$  的展开式中  $x^n$  的系数为  $B$ ,

$A+B=15$ , 则非零常数  $a$  的值为 ±1.

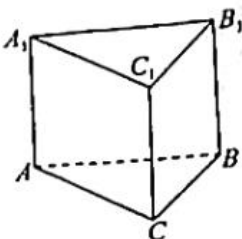
14. 写出一个值域为  $[-2, 2]$  的奇函数  $f(x) =$   $2\sin x$ .

15. 形如  $\frac{p}{q}$  ( $p, q$  都是正整数,  $p < q$ , 且  $p, q$  的最大公因数为 1) 的数叫真分数, 数列  $\{a_n\}$  是由所

有满足  $q \leq 7$  时的真分数构成的, 且  $\{a_n\}$  是递增数列, 则数列  $\{a_n\}$  共有 17 项 (2 分),

$a_n + a_{n+1} =$  1 (3 分).

16. 我国古代数学名著《九章算术》中, 将底面是直角三角形的直三棱柱 (侧棱垂直于底面的三棱柱) 称之为“堑堵”. 如图, 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  为一个“堑堵”, 底面  $\triangle ABC$  是以  $AB$  为斜边的直角三角形,  $AC=4$ , 如果三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  有半径为 1 的内切球  $O_1$ , 则三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的外接球  $O$  的表面积为         .



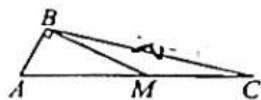
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 60 分.

17. (12 分)  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $a=3\sqrt{2}$ ,  $b \sin \frac{B+C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} a \sin B$ .

1) 求  $\sin A$ ;

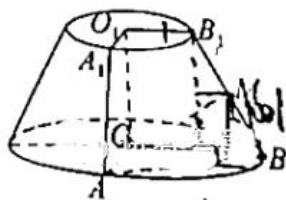
(2) 如图, 点  $M$  为边  $AC$  上一点,  $MC=MB$ ,  $\angle ABM = \frac{\pi}{2}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.



18. (12 分) 如图, 圆台  $O_1O$  的上底面半径为 1, 下底面半径为 2,  $AA_1, BB_1$  为圆台的母线, 直线  $BB_1$  与底面所成的角为  $\frac{\pi}{3}$ , 平面  $AA_1O_1O \perp$  平面  $BB_1O_1O$ ,  $M$  为  $BB_1$  的中点,  $P$  为  $AM$  上的任意一点.

(1) 证明:  $BB_1 \perp OP$ ;

(2) 当点  $P$  为线段  $AM$  的中点时, 求平面  $OPB$  与平面  $OAM$  所成锐二面角的余弦值.





19. (12分) 某高科技研发公司生产某种过滤材料, 该过滤材料主要质量指标是对直径为  $0.075 \mu\text{m} \pm 0.020 \mu\text{m}$  的漂浮固体颗粒的过滤效率达到 0.95 以上. 当前市场供应紧缺, 该公司要扩大产能, 在原来 A 生产线的基础上, 增设 B 生产线, 为了监控该过滤材料生产线的生产过程, 检验员每天需要从两条生产线上分别随机抽取该过滤材料检测过滤效率. 公司规定过滤效率大于 0.970 的产品为一等品, 并根据检验员抽测产品中一等品的数量对两条生产线进行评价. 下面是检验员某一天抽取的 20 个该过滤材料的过滤效率值:

A 生产线过滤效率

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
过滤效率	0.958	0.967	0.964	0.976	0.956	0.973	0.965	0.968	0.972	0.973

B 生产线过滤效率

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
过滤效率	0.978	0.982	0.974	0.966	0.976	0.982	0.977	0.974	0.976	0.972

(1) 根据检验员抽测的数据, 完成下面的  $2 \times 2$  列联表, 并判断是否有 95% 的把握认为生产线与所生产的产品为一等品有关?

生产线	产品是一等品	产品不是一等品	总计
A			
B			
总计			

(2) 将检验员抽测产品中一等品的频率视为概率, 从 A, B 两条生产线生产的产品中各随机抽取 1 件, 设 X 为其中一等品的件数, 求 X 的分布列及数学期望.

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
$k_0$	3.841	6.635	10.828

20. (12分) 已知函数  $f(x) = x \ln x - \frac{a}{2}x^2 - x + a$  的图象在点  $A(1, f(1))$  处的切线在  $y$  轴上的截距为 2.

(1) 求  $a$  的值;

(2) 对任意  $x > 2$ , 不等式  $k(x-2) + 2 - 2x - x^2 < f(x)$  恒成立, 求自然数  $k$  的最大值.

21. (12分) 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$ , 直线  $l$  过  $F_1$  和椭圆交于  $A, B$  两点, 当直线  $AB \perp x$  轴时,  $\angle AF_1B = \frac{\pi}{3}$ .

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若  $|F_2A| = \lambda |F_2B|$ , 且  $1 \leq \lambda \leq 2$ , 设线段  $AB$  的中点为  $M$ , 求  $|F_1M|$  的取值范围.





(二)选考题:10分.请考生在第22、23题中选定一题作答,并用2B铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑.按所涂题号进行评分,多涂、错涂、漏涂均不给分,如果多答,则按所答第一题评分.

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系  $xOy$  中,直线  $l$  的参数方程是 
$$\begin{cases} x = a + t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases} \quad (t \text{ 是参数}).$$

在以  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中,曲线  $C$  的极坐标方程为:  $\rho = 4 \cos \theta$ .

(1)当  $\alpha = 30^\circ, a = -2$  时,请判断直线  $l$  与曲线  $C$  的位置关系;

(2)当  $a = 1$  时,若直线  $l$  与曲线  $C$  相交于  $A, B$  两点,设  $P(1, 0)$ , 且  $||PA| - |PB|| = 1$ , 求直线  $l$  的倾斜角.

23.[选修4-5:不等式选讲](10分)

设函数  $f(x) = |2x - 3| - |2x + 1|, x \in \mathbb{R}$ .

(1)解不等式  $f(x) < -1$ ;

(2)若  $|2x + a| \leq f(x) + 4$  在  $x \in [-1, 1]$  上恒成立,求实数  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》