

高三数学试题

一、选择题. 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{2^a, b\}$, 若 $A \cap B = \{1\}$, 则 $a + b =$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】 $A \cap B = \{1\}$, 则 $a = 1$, $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 1\}$, 即 $b = 1$, $\therefore a + b = 2$, 选 B.

2. 若 $1 + i$ 是实系数一元二次方程 $x^2 + px + q = 0$ 的一个根, 则

A. $p = 2, q = 2$ B. $p = 2, q = -2$ C. $p = -2, q = 2$ D. $p = -2, q = -2$

【答案】C

【解析】 $(1 + i)^2 + p(1 + i) + q = 0$, $2i + p + pi + q = 0$, $(2 + p)i + p + q = 0$,

$\therefore \begin{cases} 2 + p = 0 \\ p + q = 0 \end{cases}$, $\therefore \begin{cases} p = -2 \\ q = 2 \end{cases}$, 选 C.

3. 若 $(x + y)^6 = a_0 y^6 + a_1 x y^5 + a_2 x^2 y^4 + \cdots + a_6 x^6$, 则 $(a_0 + a_2 + a_4 + a_6)^2 - (a_1 + a_3 + a_5)^2$ 的值为

A. 0 B. 32 C. 64 D. 128

【答案】A

【解析】 $x = 1, y = -1$ 时, $0 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6$

$x = 1, y = 1$ 时, $64 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$

$(a_0 + a_2 + a_4 + a_6)^2 - (a_1 + a_3 + a_5)^2$

$= (a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6)(a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) = 0 \times 64 = 0$, 选 A.

4. 在音乐理论中, 若音 M 的频率为 m , 音 N 的频率为 n , 则它们的音分差 $1200 \log_2 \frac{m}{n}$. 当

音 A 与音 B 的频率比为 $\frac{9}{8}$ 时，音分差为 r ，当音 C 与音 D 的频率比为 $\frac{256}{243}$ 时，音分差为 s ，

则

A. $2r + 3s = 600$

B. $3r + 2s = 600$

C. $5r + 2s = 1200$

D. $2r + 5s = 1200$

【答案】C

【解析】 $r = 1200 \log_2 \frac{9}{8} = 1200(\log_2 9 - 3) = 2400 \log_2 3 - 3600$ ，

$$s = 1200 \log_2 \frac{256}{243} = 1200(8 - 5 \log_2 3) = 9600 - 6000 \log_2 3, \quad 5r + 2s = 1200, \text{ 选 C.}$$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l: x - 2y + 2 = 0$ 与抛物线 $C: y^2 = 4x$ 相交于 A, B 两点，

则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 的值为

A. 4

B. 8

C. 12

D. 16

【答案】C

【解析】 $\begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ y^2 = 4x \end{cases}$ ，消 x 可得 $y^2 - 8y + 8 = 0$ ，

$$\text{令 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), \quad y_1 y_2 = 8, \quad x_1 x_2 = \frac{y_1^2}{4} \cdot \frac{y_2^2}{4} = 4,$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = 12, \text{ 选 C.}$$

6. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(6, 8)$ ，将 $\overrightarrow{OA}$ 绕点 O 顺时针旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后得 $\overrightarrow{OA'}$ ，则 A'

的纵坐标为

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

【答案】A

【解析】 设 $A(6, 8)$ 是 α 角终边上一点，则 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ， $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，

$$\overrightarrow{OA} \text{ 绕点 } O \text{ 顺时针旋转 } \frac{\pi}{4} \text{ 后得 } \overrightarrow{OA'}, \text{ 则 } y_{A'} = 10 \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}, \text{ 选 A.}$$