



绝密★启用前

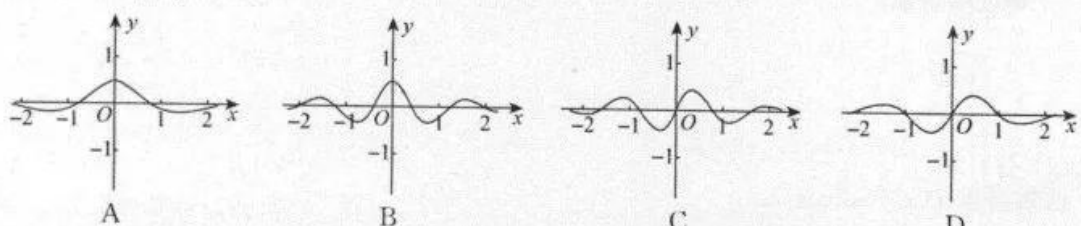
2023 年普通高等学校招生全国统一考试模拟试题

数学(三)

本试卷共 4 页,22 小题,满分 150 分。考试用时 120 分钟。

- 注意事项:**1. 答卷前,考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在答题纸上。将条形码横贴在答题纸“贴条形码区”。
2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目选项的答案信息点涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案,答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题纸各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新的答案;不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。来源:高三答案公众号
4. 考生必须保持答题纸的整洁。考试结束后,将试卷和答题纸一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x(x-2) < 3\}$, $B = \left\{x \left| \frac{5}{x+1} \geq 1 \right.\right\}$, 则 $A \cup B =$
A. $\{x | -1 < x < 3\}$ B. $\{x | -1 < x \leq 4\}$ C. $\{x | x \leq 4\}$ D. $\{x | -1 < x \leq 4\}$
2. 已知复数 $\frac{z}{1+i}$ 为纯虚数,且 $\left| \frac{z}{1+i} \right| = 1$, 则 $z =$
A. $1-i$ B. $1+i$ C. $-1-i$ 或 $1-i$ D. $-1-i$ 或 $1+i$
3. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, 点 M 为左顶点, 点 F 为右焦点, 过点 F 作 x 轴的垂线交 C 于 A, B 两点, 则 $\angle AMB =$
A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°
4. 函数 $f(x) = \frac{\sin 4x}{1+3^{|x|}}$ 的部分图像大致为

5. 北京 2022 年冬奥会的吉祥物冰墩墩和雪容融非常可爱, 某教师用吉祥物的小挂件作为奖品鼓励学生学习, 设计奖励方案如下: 在不透明的盒子中放有大小、形状完全相同的 6 张卡片, 上面分别标有编号 1, 2, 3, 4, 5, 6, 现从中不放回地抽取两次卡片, 每次抽取一张, 只要抽到的卡片编号大于 4 就可以中奖, 已知第一次抽到卡片中奖, 则第二次抽到卡片中奖的概率为
A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{5}$
6. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $\triangle PBC$ 为等边三角形, 二面角 $P-BC-A$ 为 30° , 则异面直线 PC 与 AB 所成角的余弦值为
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

数学(三) 第 1 页(共 4 页)



7. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=120^\circ$, $AC=3AB=3$, $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AD}$,在线段 BD 上取点 E ,使得 $\overrightarrow{BE}=3\overrightarrow{ED}$,则 $\cos\angle AEB=$

- A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{14}}{7}$ C. $-\frac{\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

8. 已知函数 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,当 $x\in(0,+\infty)$ 时, $f'(x)>2x$, $f(2)=4$,则不等式 $xf(x-1)+2x^2>x^3+x$ 的解集为

- A. $(-1,0)\cup(3,+\infty)$ B. $(-1,1)\cup(3,+\infty)$
C. $(-\infty,-1)\cup(0,3)$ D. $(-1,3)$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 随着我国碳减排行动的逐步推进,我国新能源汽车市场快速发展,新能源汽车产销量大幅上升,2017—2021年全国新能源汽车保有量 y (单位:万辆)统计数据如下表所示:

年份	2017年	2018年	2019年	2020年	2021年
年份代码 x	1	2	3	4	5
保有量 y /万辆	153.4	260.8	380.2	492	784

由表格中数据可知 y 关于 x 的经验回归方程为 $\hat{y}=\hat{b}x-33.64$,则

- A. $\hat{b}=150.24$
B. 预测2023年底我国新能源汽车保有量高于1 000万辆
C. 2017—2021年全国新能源汽车保有量呈增长趋势
D. 2021年新能源汽车保有量的残差(观测值与预测值之差)为71.44
10. 已知圆 $O:x^2+y^2=1$,圆 $C_k:(x-k)^2+(y-\sqrt{3}k)^2=4$,则
- A. 无论 k 取何值,圆心 C_k 始终在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上
B. 若圆 O 与圆 C_k 有公共点,则实数 k 的取值范围为 $[\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$
C. 若圆 O 与圆 C_k 的公共弦长为 $\frac{\sqrt{15}}{2}$,则 $k=\pm 1$ 或 $k=\pm\frac{3}{2}$
D. 与两个圆都相切的直线叫做这两个圆的公切线,如果两个圆在公切线的同侧,则这条公切线叫做这两个圆的外公切线,当 $k=\pm\frac{3}{2}$ 时,两圆的外公切线长为 $2\sqrt{2}$

11. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-\sqrt{2}$ (其中 $\omega>0,0<\varphi<\pi$)的图像与 x 轴相邻两个交点之间的最小距离为 $\frac{\pi}{4}$,当 $x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ 时, $f(x)$ 的图像与 x 轴的所有交点的横坐标之和为 $\frac{\pi}{3}$,则

- A. $f(\frac{\pi}{3})=1-\sqrt{2}$ B. $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6})$ 内单调递增
C. $f(x)$ 的图像关于点 $(-\frac{5\pi}{12},-\sqrt{2})$ 对称 D. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称

12. 已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F ,斜率为 $\frac{3}{4}$ 的直线 l_1 过点 F 交 C 于 A,B 两点,且点 B 的横坐标为4,直线 l_2 过点 B 交 C 于另一点 M (异于点 A),交 C 的准线于点 D ,直线 AM 交准线于点 E ,准线交 y 轴于点 N ,则

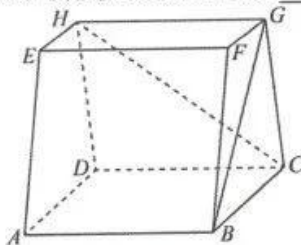
- A. C 的方程为 $x^2=4y$ B. $|AB|=\frac{25}{4}$
C. $|BD|<|AE|$ D. $|ND|\cdot|NE|=4$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知 $\log_3 3=\frac{2}{x}$,则 $3^x\cdot 27^{-\frac{x}{2}}=$ _____.

14. 若 $(x-\sqrt{x})^2(\sqrt{x}+\frac{1}{x^2})^n$ 的展开式中存在常数项,则 n 的一个值可以是_____.

15. 已知数列 $\{a_n a_{n+1}\}$ 是以 2 为公比的等比数列, $a_1=1, a_2=2$, 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若不
等式 $\frac{S_{2n+1}+2}{4a_{2n}} > \frac{x-1}{x}$ 对任意 $x \in (0, 2023]$ 恒成立, 则 n 的最小值为 _____.
16. 我国古代大多数城门楼的底座轮廓大致为上、下两面互相平行, 且都是矩形的六面体(如
图), 现从某城楼中抽象出一几何体 $ABCD-EFGH$, 其中 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形,
 $EFGH$ 为矩形, 上、下底面与左、右两侧面均垂直, $EF=4, FG=2, AE=BF=CG=DH$, 且平
面 $ABCD$ 与平面 $EFGH$ 的距离为 4, 则异面直线 BG 与 CH 所成角的余弦值为 _____.



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

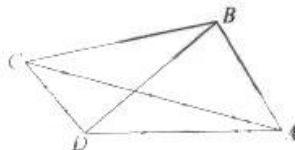
在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=20, a_{n+1}=|a_n-3|$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

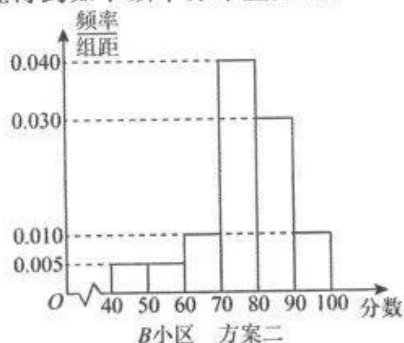
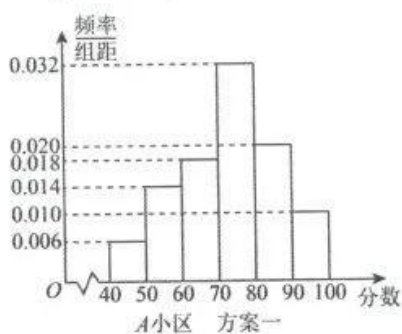
如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $CD \perp DB, CD=1, DB=\sqrt{3}, DA=2$.

- (1) 若 $\angle DAB=60^\circ$, 求 $\cos \angle ACB$;
- (2) 求 $AB^2 + BC^2 + AC^2$ 的取值范围.



19. (12 分)

近年来, 我国加速推行垃圾分类制度, 全国垃圾分类工作取得积极进展. 某城市推出了两套
方案, 并分别在 A, B 两个大型居民小区内试行. 方案一: 进行广泛的宣传活动, 通过设立宣传
点、发放宣传单等方式, 向小区居民和社会各界宣传垃圾分类的意义, 讲解分类垃圾桶的使
用方式, 垃圾投放时间等, 定期召开垃圾分类会议和知识宣传教育活动; 方案二: 智能化垃圾
分类, 在小区内分别设立分类垃圾桶, 垃圾回收前端分类智能化, 智能垃圾桶操作简单, 居民
可以通过设备进行自动登录、自动称重、自动积分等一系列操作. 建立垃圾分类激励机制, 比
如, 垃圾分类换积分, 积分可兑换礼品等, 激发了居民参与垃圾分类的热情, 带动居民积极主
动地参与垃圾分类. 经过一段时间试行之后, 在这两个小区内各随机抽取了 100 名居民进行
问卷调查, 记录他们对试行方案的满意度得分(满分 100 分), 将数据分成 6 组: $[40, 50), [50,$
 $60), [60, 70), [70, 80), [80, 90), [90, 100]$, 并整理得到如下频率分布直方图:





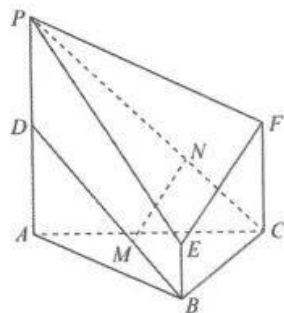
- (1) 请通过频率分布直方图分别估计两种方案满意度的平均得分, 判断哪种方案的垃圾分类推广措施更受居民欢迎(同一组中的数据用该组中间的中点值作代表);
- (2) 估计 A 小区满意度得分的第 80 百分位数;
- (3) 以样本频率估计概率, 若满意度得分不低于 70 分说明居民赞成推行此方案, 低于 70 分说明居民不太赞成推行此方案. 现从 B 小区内随机抽取 5 个人, 用 X 表示赞成该小区推行方案的人数, 求 X 的分布列及数学期望.

20. (12 分)

如图, 在多面体 $PABCFE$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA \parallel CF \parallel BE$, 且 $PA = 2CF = 4BE$, D 为 PA 的中点, 连接 BD, PC , 点 M, N 满足 $\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{NC}$.

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 PEF ;

(2) 若 $PA = 2AB = 2BC = 4$, $\cos \angle PEF = \frac{3\sqrt{65}}{65}$, 求直线 PC 与平面 PEF 所成角的正弦值.



21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 左顶点为 A , 上顶点为 B , 且 $|AB| = \sqrt{7}$, 过右焦点 F 作直线 l , 当直线 l 过点 B 时, 斜率为 $-\sqrt{3}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若 l 交 C 于 P, Q 两点, 在 l 上存在一点 M , 且 $\overrightarrow{QM} = \overrightarrow{FP}$, 则在平面内是否存在两个定点, 使得点 M 到这两个定点的距离之和为定值? 若存在, 求出这两个定点及定值; 若不存在, 请说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x \cos x$.

(1) 求 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内的极大值;

(2) 令函数 $F(x) = \frac{af(x)}{e^x} - \frac{1}{x}$, 当 $a > \frac{4\sqrt{2}}{\pi}$ 时, 证明: $F(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内有且仅有两个零点.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线