

江西师大附中 2021 届高三三模考试卷

文科数学评分标准

一. 选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	D	D	B	B	D	C	C	B	C	D

二. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $5\sqrt{2}$ 14. 15 15. $2\sqrt{2}-3$ 16. $(1,2]$

三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 题到 21 题为心考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. 【评分标准】

(1) 该三角形同时满足①②③ (2 分)

理由如下:

若 $\triangle ABC$ 同时满足①④, 则在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\sin C = \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, 所以 $0 < C < \frac{\pi}{6}$

又因为 $A = \frac{\pi}{3}$, 所以 $\frac{\pi}{3} < A + C < \frac{\pi}{2}$, 所以 $B > \frac{\pi}{2}$, 这与 $\triangle ABC$ 是锐角三角形矛盾, 所以 $\triangle ABC$ 不能同时满足①④, 所以 $\triangle ABC$ 同时满足②③ (4 分)

因为 $c > a$, 所以 $C > A$. 若满足④, 则 $A < C < \frac{\pi}{6}$, 则 $B > \frac{\pi}{2}$, 这与 $\triangle ABC$ 是锐角三角形矛盾, 所以 $\triangle ABC$ 不能满足④.

故 $\triangle ABC$ 满足①②③ (6 分)

(2) 因为 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, 解得 $b = 7$ 或 8 (8 分)

当 $b = 7$ 时, $\cos C < 0$ 不符, 故 $b = 8$ (10 分)

$\triangle ABC$ 的面积为 $30\sqrt{3}$ (12 分)

18. 【评分标准】

解: (1) $\because AB \perp PA, AB \perp AD,$

$\therefore AB \perp$ 平面 PAD , (1 分)

又 $PD \subset$ 平面 PAD , $\therefore AB \perp PD$, $\therefore CD \perp PD$, (2 分)

故 $PD = \sqrt{PC^2 - CD^2} = 2\sqrt{3}$.

在 $\triangle PAD$ 中, $\because \angle PAD = 60^\circ$, $\therefore PD^2 = AP^2 + AD^2 - 2AP \cdot AD \cdot \cos 60^\circ$

即 $12 = AP^2 + 4 - 2AP$, 解得 $AP = 4$ (4 分)



$\therefore PA^2 = AD^2 + DP^2$, 故 $PD \perp AD$. (5分)

又 $AB \cap AD = A$, $\therefore PD \perp$ 平面 $ABCD$. (6分)

(2) $\because N$ 为 PC 中点, $\therefore S_{\triangle BCN} = \frac{1}{2} S_{\triangle PBC}$. (7分)

$\therefore V_{B-CMN} = V_{M-BCN} = \frac{1}{2} V_{M-PBC}$. (8分)

$\because M$ 为 PA 中点, $\therefore MP:AP = 1:2$, (9分)

$\therefore V_{M-PBC} = \frac{1}{2} V_{A-PBC}$. (10分)

故 $V_{B-CMN} = \frac{1}{4} V_{A-PBC}$. (11分)

而 $V_{A-PBC} = V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

所以三棱锥 $B-CMN$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (12分)

19. 【评分标准】

解: (1) 对项目 A 投资的统计数据计算, 有 $\bar{x} = 3$, $\bar{y} = 0.6$,

$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 55$. (2分)

$\therefore \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{11 - 5 \times 3 \times 0.6}{55 - 5 \times 3^2} = 0.2$, (4分)

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} = 0.6 - 0.2 \times 3 = 0$,

$\therefore$ 回归直线方程为: $\hat{y} = 0.2x$; (6分)

(2) 设对 B 项目投资 x ($1 \leq x \leq 6$) 百万元, 则对 A 项目投资 $(7-x)$ 百万元. (7分)

所获总利润 $y = 0.16x - \frac{0.49}{x+1} + 0.49 + 0.2(7-x)$ (9分)

$= 1.93 - \left[0.04(x+1) + \frac{0.49}{x+1} \right] \leq 1.93 - 2\sqrt{0.04(x+1) \times \frac{0.49}{x+1}} = 1.65$ (11分)



当且仅当 $0.04(x+1) = \frac{0.49}{x+1}$, 即 $x = 2.5$ 时取等号,

∴ 对 A, B 项目分别投资 4.5 百万元, 2.5 百万元时, 获得总利润最大. (12 分)

20. 【评分标准】

解: (1) ∵ 切线 $3x + y + 7 = 0$ 经过点 $(0, -7)$.

∴ $f(0) = -7$, 即 $2a - 9 = -7$, 解得 $a = 1$. (4 分)

(2) $f'(x) = a(x+3)e^x - 2(x+3) = (x+3)(ae^x - 2)$.

$a \leq 0$ 时, $ae^x - 2 < 0$, 可得 $f(x)$ 在 $(-\infty, -3)$ 上单调递增, 在 $(-3, +\infty)$ 上单调递减. (6 分)

$a > 0$ 时, 令 $ae^x - 2 = 0$, 解得 $x = \ln \frac{2}{a}$.

令 $\ln \frac{2}{a} = -3$, 解得 $a = 2e^3$. (7 分)

$0 < a < 2e^3$ 时, $\ln \frac{2}{a} > -3$, 则函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -3)$ 上单调递增, 在 $(-3, \ln \frac{2}{a})$ 上单调递减, 在 $(\ln \frac{2}{a}, +\infty)$ 上单调递增. (9 分)

$a = 2e^3$ 时, $f'(x) = (x+3)^2 \geq 0$, 函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. (10 分)

$a > 2e^3$ 时, $\ln \frac{2}{a} < -3$, 则函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, \ln \frac{2}{a})$ 上单调递增, 在 $(\ln \frac{2}{a}, -3)$ 上单调递减, 在 $(-3, +\infty)$ 上单调递增. (12 分)

综上所述: 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, -3)$ 上单调递增, 在 $(-3, +\infty)$ 上单调递减.

当 $0 < a < 2e^3$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -3)$ 上单调递增, 在 $(-3, \ln \frac{2}{a})$ 上单调递减, 在 $(\ln \frac{2}{a}, +\infty)$ 上单调递增.

当 $a = 2e^3$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

当 $a > 2e^3$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, \ln \frac{2}{a})$ 上单调递增, 在 $(\ln \frac{2}{a}, -3)$ 上单调递减, 在 $(-3, +\infty)$ 上单调递增.

21. 【评分标准】

(1) $\frac{2b^2}{a} = 1$ (2分)

$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (4分)

(2) 设 $P(x_0, y_0)$ ($0 < y_0 \leq 1$). 过点 P 作直线 $MN \perp x$ 轴. 分别交 x 轴和直线 $y = 3$ 于 M, N 两点.

$\triangle GPH \sim \triangle F_1PF_2$, $\frac{|GH|}{2\sqrt{3}} = \frac{3-y_0}{y_0}$ (6分)

即 $|GH| = 2\sqrt{3}(\frac{3}{y_0} - 1) < 10\sqrt{3}$ (7分)

得 $\frac{1}{2} < y_0 \leq 1$ (8分)

所以 $x_0 \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ (9分)

$k_1 k_2 = \frac{y_0}{x_0 + \sqrt{3}} \cdot \frac{y_0}{x_0 - \sqrt{3}} = \frac{1}{4}(-1 + \frac{1}{x_0^2 - 3})$ (11分)

所以当 $x_0 = 0$ 时 $k_1 k_2$ 取得最大值 $-\frac{1}{3}$ (12分)

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一个题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程 【评分标准】

(1) 点 D 的直角坐标为 $(-2, -2\sqrt{3})$. 由题意可设 A 的坐标为 $(2\cos\alpha, \sin\alpha)$.

则 AD 的中点 M 的坐标为 $(-1 + \cos\alpha, -\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sin\alpha)$.

得 E 普通方程为 $(x+1)^2 + 4(y+\sqrt{3})^2 = 1$ (5分)

(2) 椭圆 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. 化为极坐标方程是 $\rho^2 + 3\rho^2 \sin^2 \theta = 4$. 变形得

$\rho = \frac{2}{\sqrt{1+3\sin^2 \theta}}$. 设 $A(\rho_1, \theta)$, $B(\rho_2, \theta + \frac{\pi}{2})$. 所以 $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2} = \frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2} = \frac{5}{4}$ (定值). (8分)

$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}\rho_1\rho_2 = \frac{2}{\sqrt{4+\frac{9}{4}\sin^2 2\theta}}$. 当 $\sin 2\theta = 0$ 时, S 取得最大值为 1 (10分)

23. (10 分) 选修 4-5: 不等式选讲【评分标准】

$$(1) f(x) = \begin{cases} x+5, & x \geq 4 \\ 3x-3, & -\frac{1}{2} \leq x < 4 \\ -x-5, & x < -\frac{1}{2} \end{cases} \text{解得原不等式的解集为 } \{x | x < -5 \text{ 或 } x > 1\} \dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$(2) f(x) + 3|x-4| = |2x+1| + 2|x-4| \geq |2x+1-(2x-8)| = 9. \text{ 当 } -\frac{1}{2} \leq x \leq 4 \text{ 时等号成立. 所以只需 } |m-2| < 9. \text{ 解得 } m \in (-7, 11) \dots\dots (10 \text{ 分})$$

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线