考号________

姓名________

班级________

学校________

密封线内不要答题

承德市2022～2023学年高一年级第二学期期末考试

数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：人教A版必修第一册第五章5.3至必修第二册。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 一支田径队有男运动员24人，女运动员18人，按照性别进行分层，用分层随机抽样的方法从该田径队中抽取了男运动员8人，则女运动员被抽取的人数为

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

2. 复数$(-1+2i)(3-i)$在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$a\sin B=2$，$b=3$，则$\sin A=$

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

4. 下列说法正确的是

A. 空间中过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线垂直

B. 空间中过直线外一点，有且只有一个平面与这条直线平行

C. 空间中过平面外一点，有且只有一个平面与这个平面垂直

D. 空间中过平面外一点，有且只有一个平面与这个平面平行

5. 小红父亲生日即将来临，小红给父亲准备了生日礼物，并制作了一个爱心礼盒，如图1所示，该礼盒可以近似看作由两个半圆柱和一个正四棱柱组合而成，该礼盒的底面如图2所示，若$AB=20$ cm，礼盒的高度为10 cm，忽略礼盒的厚度，则爱心礼盒的容积为

A. $(500\pi+2000)\text{cm}^3$

B. $(1000\pi+2000)\text{cm}^3$

C. $(1000\pi+4000)\text{cm}^3$

D. $(2000\pi+4000)\text{cm}^3$

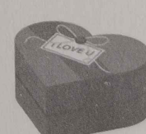


图1

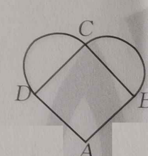


图2

6. $\tan 125^\circ+\tan 35^\circ=$

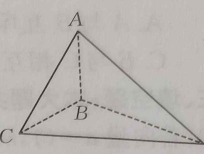
A. $-\tan 20^\circ$　　B. $-2\tan 20^\circ$　　C. $-\tan 10^\circ$　　D. $-2\tan 10^\circ$

7. 在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，底面ABC为等腰直角三角形，$AB=BC=AA_1$，则异面直线B_1C与A_1B的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

8. 如图，为了测量古塔的高度，选取了与该塔底 B 在同一平面内的两个测量基点 C 与 D，现测得 $\angle BCD=70.5^\circ$，$CD=105$ m，在 C 点测得古塔顶端 A 的仰角为 26.5°，在 D 点测得古塔顶端 A 的仰角为 18.5°，则古塔的高度 $AB=$

（参考数据：取 $\tan 71.5^\circ=3$，$\tan 63.5^\circ=2$，$\cos 70.5^\circ=\frac{1}{3}$）



A. 21 m

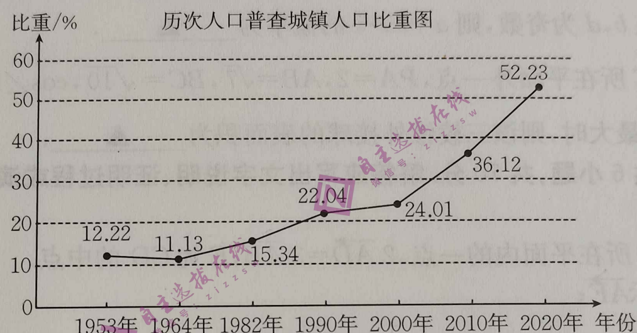
B. 30 m

C. 35 m

D. 42 m

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 某地区 1953 年、1964 年、1982 年、1990 年、2000 年、2010 年、2020 年历次人口普查城镇人口比重图如图所示，则



A. 该地区这 7 年历次人口普查城镇人口比重的极差为 40.01%

B. 该地区这 7 年历次人口普查城镇人口比重的中位数为 22.04%

C. 该地区这 7 年历次人口普查城镇人口比重的第三四分位数为 36.12%

D. 该地区这 7 年历次人口普查城镇人口比重的平均数大于 25%

10. 将函数 $y=\sin x$ 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$，纵坐标不变，再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到函数 $f(x)$ 的图象，则

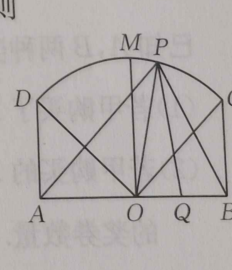
A. $f(x)$ 的最小正周期为 8π

B. $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{12},0)$ 对称

C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{24}$ 对称

D. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{4},0)$ 上单调递增

11. 如图，$\triangle OAD$，$\triangle OBC$ 均为等腰直角三角形，O 在线段 AB 上，$AO=AD=BO=BC=2$，在扇形 COD 中，M 为 $\overset{\frown}{CD}$ 的中点，P 为 $\overset{\frown}{CD}$ 上一动点，Q 为线段 AB 上一动点，则



A. 向量 $\overrightarrow{OC}$ 在向量 $\overrightarrow{OM}$ 上的投影向量为 $\overrightarrow{BC}$

B. 向量 $\overrightarrow{AP}$ 在向量 $\overrightarrow{OM}$ 上的投影向量与向量 $\overrightarrow{BP}$ 在向量 $\overrightarrow{OM}$ 上的投影向量相等

C. 当 P 的位置固定，Q 在线段 AB 上移动时，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{QP}$ 为定值

D. 当 Q 的位置固定，P 在 $\overset{\frown}{CD}$ 上移动时，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{QP}$ 为定值

12. 抛掷一黄一白两枚质地均匀的骰子，用 a 表示黄色骰子朝上的点数，用 b 表示白色骰子朝上的点数，用 (a,b) 表示一次试验的结果，该试验的样本空间为 Ω，记事件 A＝"关于 x 的方程 $x^2-(a+b)x+\frac{5}{2}(a+b)=0$ 无实根"，事件 B＝"$a=4$"，事件 C＝"$b<4$"，事件 D＝"$ab>20$"，则

A. A 与 B 互斥　　　　B. A 与 D 对立

C. B 与 C 相互独立　　　　D. B 与 D 相互独立

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若向量 $\boldsymbol{a}=(1,m)$，$\boldsymbol{b}=(2n,10)$，且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $mn=$____▲____.

14. 若复数 z，$(1-z)^2+2i$ 均为纯虚数，则 $z=$____▲____.

15. 九宫格数独游戏是一种训练推理能力的数字谜题游戏. 九宫格分为九个小宫格，某小九宫格如图所示，小明需要在 9 个小格子中填上 1 至 9 中不重复的整数，小明通过推理已经得到了 4 个小格子中的准确数字，a,b,c,d,e 这 5 个数字未知，且 b,d 为奇数，则 $a+b>5$ 的概率为____▲____.

9	a	7
b	c	d
4	e	5

16. 已知 P 为△ABC 所在平面外一点，$PA=2$，$AB=\sqrt{7}$，$BC=\sqrt{10}$，$\cos\angle BAC=\frac{1}{4}$，当三棱锥 $P-ABC$ 的体积最大时，则该三棱锥外接球的表面积为____▲____.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知 D 为△ABC 所在平面内的一点，$2\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AB}$，$E$ 为 CD 的中点.

(1) 用 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$；

(2) $|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{AC}|=3$，$\cos\angle BAC=\frac{1}{3}$，求 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}$.

18.（12 分）

已知 $\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$，$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{4}$.

(1) 求 $\cos\alpha\cos\beta$；

(2) 求 $\cos(2\alpha-2\beta)$.

19.（12 分）

已知 A,B 两种奖券的中奖率分别为 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$.

(1) 若甲购买了 A,B 两种奖券各一张，求恰有一张奖券中奖的概率；

(2) 若甲购买的 A,B 两种奖券数量相同，为了保证甲中奖的概率大于 $\frac{99}{100}$，求甲至少要购买的奖券数量.

20.(12分)

已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c,且$\sqrt{3}b\sin A+2a\cos^2\frac{B}{2}=3a$.

(1)求B;

(2)若$b=3$,当$\triangle ABC$的面积最大时,求$\triangle ABC$内切圆的面积.

21.(12分)

正值蓝莓销售的高峰期,一家水果店的店长计划未来10天蓝莓的日进货量(单位:千克)为85,92,90,96,86,94,88,89,85,95.

(1)计算该水果店未来10天蓝莓日进货量的众数与方差;

(2)假设未来这10天该水果店蓝莓的市场日需求量均为$x(x\in \mathbf{Z})$(单位:千克),当日销售的蓝莓可盈利10元/千克,当日未销售的蓝莓则需要退货,亏损15元/千克,若该水果店想在未来10天销售蓝莓的盈利大于8200元,求x的最小值.

22.(12分)

如图,在正三棱锥$P-ABC$中,E,F分别为AB,BC的中点,M,N分别为PE,PF的中点.

(1)证明:$MN\perp PB$.

(2)若$3AB=4PA$,且四棱锥$P-AMNC$的体积为$\frac{10\sqrt{11}}{3}$,求点A到平面PMN的距离.