

江淮十校 2022 届高三第三次联考

数学试题参考答案(文科)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	C	C	D	B	A	C	A	B	C	C	C	B

1.【答案】C

【详解】由题意得, $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 \leq 4\} = \{0, 1, 2\}$, 又 $B = \{1, a\}$, $B \subseteq A$, 所以实数 a 的取值集合为 $\{0, 2\}$, 故选 C.

2.【答案】C

【详解】 $\frac{z\bar{z}}{z} = \frac{|z|^2}{z} = \frac{1}{z} = \frac{2-i}{i} = \sqrt{5}$, 故选 C.

3.【答案】D

【分析】由已知相邻两项的差得到组距, 进而得到样本中的编号的一般表达式 $56 + 25k$, 根据 $56 + 25k \leq 500$, 求得整数 k 的最大值, 即可得到最大的编号.

【详解】组距为 $68 - 28 = 40$, 所以样本中的编号的一般表达式 $40k - 12, k \in \mathbb{Z}$, 且 $1 \leq 40k - 12 \leq 800$, 解得 $k_{\max} = 20$, 则样本中编号最大的为 $40 \times 20 - 12 = 788$, 故选 D.

4.【答案】B

【详解】由题得 $f(x) = \frac{\sin x}{\ln(x^2 + 1)}$, 定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, 又 $f(-x) = -\frac{\sin x}{\ln(x^2 + 1)} = -f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数.

其图象关于原点中心对称, 排除 C; 因为 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\ln\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right)} = \frac{1}{\ln\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right)} > 0$, 排除 A, D, 故选 B.

5.【答案】A

【详解】由题知 $a = \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}} \in (0, 1)$, $b = \ln \pi > 1$, $c = \lg \frac{1}{e} < 0$, 所以 $b > a > c$, 故选 A.

6.【答案】C

【详解】由题知 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = \sqrt{3} + 2$, 解得 $\tan \alpha = -\sqrt{3}$, 又 $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 故选 C.

7.【答案】A

【详解】延长 AD, BC 交于点 E , 则 B, P, E 三点共线, 于是可得 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AE}$, 因 $AB \parallel CD$ 且 $AB = 4CD$, 所以 $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$, 于是 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AD}$, 则 $\lambda = \frac{4}{5}$, 故选 A.

8.【答案】B

【详解】由 $x^2 + y^2 - 2bx - 2by - 5 + b^2 = 0 \Rightarrow (x - b)^2 + (y - b)^2 = b^2 + 5$, 所以该圆的圆心为 $C(b, b)$, 半径为 $\sqrt{b^2 + 5}$, 又圆心在直线 $x + y - 4 = 0$ 上, 故 $b = 2$, 因此 $P(-1, -2), C(2, 2)$, 所以有 $|PC| = 5$, 所以 $|PQ| = \sqrt{|PC|^2 - 9} = 4$, 故选 B.

数学(文科)试题参考答案 第 1 页(共 6 页)

9.【答案】C

【详解】由题意知 A, B 两点关于原点 O 对称, 设 $A(x_0, y_0), B(-x_0, -y_0)$, 由题知 $M(-4, 0)$, 且 $9x_0^2 - 16y_0^2 = 144$, 则 $k_{MA} \cdot k_{MB} = \frac{y_0}{x_0 + 4} \times \frac{-y_0}{-x_0 + 4} = \frac{-y_0^2}{16 - x_0^2} = \frac{9}{16}$, 故选 C.

10.【答案】C

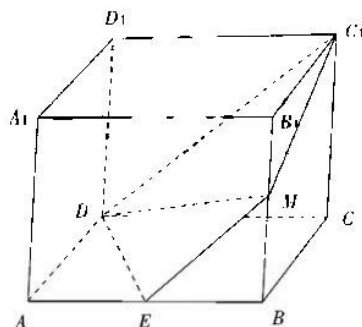
【详解】由题意知若甲选对答案, 则乙、丙两人都说了真话, 不合题意; 若乙选对答案, 则甲、丙、丁三人都说了真话, 不合题意; 若丙选对答案, 则乙、丙、丁三人都说了假话, 符合题意; 若丁选对答案, 则甲、丙两人都说了真话, 不合题意; 故选 C.

11.【答案】C

【详解】由等差数列 $\{a_n\}$ 的性质知 $2a_4 = a_3 + a_5$, 所以 $a_5 = 9$, 则公差 $d = \frac{a_5 - a_1}{5 - 1} = 2$, 所以 $a_n = 2n - 1$, 故 $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = n^2$. 由等比数列 $\{b_n\}$ 知 $b_4^2 = b_3 b_5$, 所以 $b_4 = \frac{1}{32}$, 则公比 $q^4 = \frac{b_5}{b_1} = \frac{1}{16}$. 又 $q > 0$, 所以 $q = \frac{1}{2}$, 故 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$, 因此 $b_n S_n = \frac{n^2}{2^n}$, 则 $b_{n+1} S_{n+1} - b_n S_n = \frac{(n+1)^2}{2^{n+1}} - \frac{n^2}{2^n} = \frac{(n+1)^2 - 2n^2}{2^{n+1}} = \frac{-n^2 + 2n + 1}{2^{n+1}}$, 所以当 $n \leq 2$ 时 $b_{n+1} S_{n+1} > b_n S_n$, 当 $n \geq 3$ 时 $b_{n+1} S_{n+1} < b_n S_n$, 故 $(b_n S_n)_{\max} = b_3 S_3 = \frac{9}{8}$, 故选 C.

12.【答案】B

【详解】由面面平行的性质定理, 面 $A_1ABB_1 \parallel$ 面 D_1DCC_1 , 截面与这两面的交线平行, 如图, 截面与面 A_1ABB_1 的交线 $ME \parallel DC_1$, 则 E 是 AB 的中点, C_1MED 等腰梯形, 较小部分是三棱台 $BEM - CDC_1$, 设正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $2a$, 则三棱台 $BEM - CDC_1$ 上底面面积 $\frac{1}{2}a^2$, 下底面面积 $2a^2$, 所以较小部分的体积 $V = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}a^2 + 2a^2 + \sqrt{\frac{1}{2}a^2 \times 2a^2} \right) \times 2a = \frac{7}{3}a^3$, 则较小部分与较大部分的体积之比为 $\frac{\frac{7}{3}a^3}{8a^3 - \frac{7}{3}a^3} = \frac{7}{17}$, 故选 B.



二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13.【答案】5

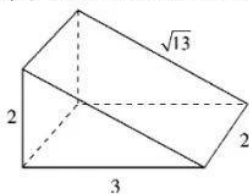
【详解】可行域是三角形区域.

14.【答案】 $x - 2y + 4 = 0$

【详解】由题知 $f(2) = 3$, 求得 $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$, 则 $f'(2) = \frac{1}{2}$, 故曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程是 $x - 2y + 4 = 0$.

15. 【答案】 $16+2\sqrt{13}$

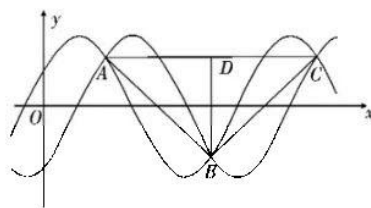
【详解】该“堑堵”直观图如图, 表面积等于 $S=2 \times 2+3 \times 2+2 \times 3+2 \times \sqrt{13}=16+2\sqrt{13}$.



16. 【答案】 $\sqrt{2}$

【详解】作出函数 $y = \sin\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right)$ 和 $y = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 如图所示. 由图可知 $|AC| = 2$. 取 AC 的中点 D , 连接 BD , 则

$BD \perp AC$. 由 $\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{6}\right)$, 得 $\pi x - \frac{\pi}{3} + \pi x + \frac{\pi}{6} = \pi + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$, 即 $x = \frac{7}{12} + k (k \in \mathbb{Z})$, 则 $\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) =$



$\sin\left(\frac{7\pi}{12} + k\pi - \frac{\pi}{3}\right) = +\frac{\sqrt{2}}{2}$. 即 A 的纵坐标为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 故 $|BD| = \sqrt{2}$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

三、解答题: 共 70 分.

17. 【详解】由题得 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x - \cos^2 \omega x + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\omega x - \frac{\cos 2\omega x}{2} = \sin\left(2\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$. 又周期

$T = \frac{2\pi}{2\omega} = 6$, 则 $\omega = \frac{\pi}{6}$, $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$. (2 分)

(1) 由 $f\left(\frac{6}{\pi}A\right) = 1$, 得 $\sin\left(2A - \frac{\pi}{6}\right) = 1$, 又 $0 < A < \pi$, 则 $A = \frac{\pi}{3}$. 由 $f\left(\frac{6}{\pi}B\right) = \frac{1}{2}$, 得 $\sin\left(2B - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$,

又 $0 < B < \pi$, 则 $B = \frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{\pi}{2}$, 又由 $c > b$ 得 $C > B$, 所以 $B = \frac{\pi}{6}$, $C = \frac{\pi}{2}$, 故 $\frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = 2$. (6 分)

(2) 由题得 $a_n = n \cdot f\left(2n + \frac{1}{2}\right) = n \cdot \sin \frac{2n\pi}{3}$,

则 $a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n} = (3n-2) \cdot \sin \frac{2(3n-2)\pi}{3} + (3n-1) \cdot \sin \frac{2(3n-1)\pi}{3} + 3n \cdot \sin \frac{6n\pi}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(3n-2) - \frac{\sqrt{3}}{2}(3n-1) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2022} = (a_1 + a_2 + a_3) + (a_4 + a_5 + a_6) + \cdots + (a_{2020} + a_{2021} + a_{2022})$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2} \times 674 = -337\sqrt{3}$. (12 分)

18. 【详解】(1) 2×2 列联表如下表所示:

	了解	不了解	合计
男生	140	60	200
女生	110	90	200
合计	250	150	400

数学(文科)试题参考答案 第 3 页(共 6 页)

$$K^2 = \frac{400 \times (140 \times 90 - 110 \times 60)^2}{200 \times 200 \times 250 \times 150} = 9.6 > 7.879, \text{ 因此, 有超过 } 99.5\% \text{ 的把握认为该校学生对冬季奥运会}$$

项目的了解情况与性别有关; (6分)

(2) 采用分层抽样的方法从抽取的不理解冬季奥运会项目的学生中随机抽取 5 人, 这 5 人中男生的人数为 2, 女生的人数为 3, 其中 2 个男生分别记作 a_1, a_2 , 3 个女生分别记作 b_1, b_2, b_3 , 则从这 5 人中抽取 2 人进行面对面交流, 共有 10 个基本事件, 其中“男、女生各抽到一名”包含 6 个基本事件, 故所求概率为

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}. \text{ (12分)}$$

19. 【详解】(1) (法 1) 取 PA, AD 中点分别为 Q, N , 连结 QB, QM, NC . 易知 $\angle APB = 90^\circ$, 且 $PA = 3, PB = 4, AB = 5, AN \parallel BC$, 且 $AN = BC = 4$, 得四边形 $ABCN$ 为平行四边形.

由 Q, M 分别为 PA, PD 中点, 则 $QM \parallel AD$, 且 $QM = \frac{1}{2}AD = 4$, 又梯形 $ABCD$

中 $BC \parallel AD$, 且 $BC = 4$, 所以四边形 $BCMQ$ 为平行四边形, 则 $CM = QB$. 在

直角 $\triangle PAB$ 中, $QB^2 = QP^2 + PB^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4^2 = \frac{73}{4}$, 则 $CM = \frac{\sqrt{73}}{2}$. (6分)

(法 2) 同法 1, 得 $PA = 3, CN \parallel AB, CN = 5$. 连结 MN . 在 $\triangle PAD$ 中, 由 M, N 分别为 DP, DA 中点, 得 $MN = \frac{1}{2}PA = \frac{3}{2}$, 且 $MN \parallel PA$, 又 $VC \parallel AB$, 则 $\angle MNC =$

$\angle PAB$. 所以 $CM^2 = MN^2 + NC^2 - 2MN \cdot NC \cdot \cos \angle MNC = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 5^2 - 2 \times$

$$\frac{3}{2} \times 5 \times \frac{3}{5} = \frac{73}{4}, \text{ 则 } CM = \frac{\sqrt{73}}{2}. \text{ (6分)}$$

(2) 连接 BN, PN , 则 $BN \perp AD$. 又平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAD \cap$ 平面

$ABCD = AD$, 所以 $BN \perp$ 平面 PAD , 则 $BN \perp VP$, 则 $VP = \sqrt{PB^2 - BN^2} = \sqrt{7}$, 又

$PA = BN = 3, AN = PB = 4$, 所以 $AP \perp PN$, 则 $S_{\triangle PAD} = 2S_{\triangle PAN} = PA \times PN = 3\sqrt{7}$, 故

$$V_{P-ABD} = V_{B-PAD} = \frac{1}{3}S_{\triangle PAD} \times BN = 3\sqrt{7}. \text{ (12分)}$$

20. 【详解】(1) 由 $g(x) = xf(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x \ln(a-x)$, 求导得, $g'(x) = -x + \ln(a-x) + \frac{x}{x-a}$,

又 $x=0$ 是函数 $g(x)$ 的极值点, 所以 $g'(0) = \ln a = 0$, 解得 $a=1$, 则 $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x \ln(1-x)$, $g'(x) =$

$$1-x + \ln(1-x) - \frac{1}{1-x}, \text{ 由 } g''(x) = -1 + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{-x^2 + 3(x-1)}{(x-1)^2} < 0, \text{ 知 } g'(x) \text{ 在 } (-\infty, 1) \text{ 上递减,}$$

当 $x < 0$ 时 $g'(x) > 0$, 当 $0 < x < 1$ 时 $g'(x) < 0$, 所以函数 $g(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上递增, 在 $(0, 1)$ 上递减. (6分)

(2) 化简得 $x + (1-x) \ln(1-x) \geq 0$,

令 $h(x) = x + (1-x) \ln(1-x)$, 再令 $t = 1-x$, 则 $t \in (0, +\infty)$, $x = 1-t$.

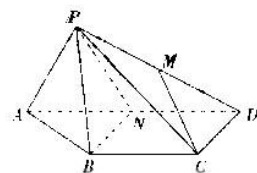
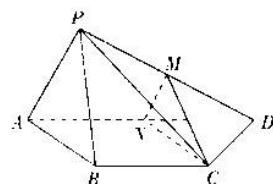
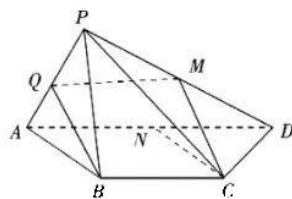
令 $\varphi(t) = 1-t + t \ln t$, $\varphi'(t) = -1 + \ln t + 1 = \ln t$, 易知 $\varphi(1) = 0$,

当 $t \in (0, 1)$ 时, $\varphi'(t) < 0$, 则 $\varphi(t)$ 在 $(0, 1)$ 上递减, $\varphi(t) > \varphi(1) = 0$;

当 $t \in (1, +\infty)$ 时, $\varphi'(t) > 0$, 则 $\varphi(t)$ 在 $(1, +\infty)$ 上递增, $\varphi(t) > \varphi(1) = 0$;

综上所述, $(x-1)f(x) + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x \leq 0$. (12分)

数学(文科)试题参考答案 第 4 页(共 6 页)





21.【详解】(1)由题意知, $|EF|=2$, $|AE|+|AF|=4>|EF|$, 由椭圆的定义, 知点 A 的轨迹是以 E, F 两点为焦点, 长轴长为 4 的椭圆 (除去长轴两端点), 所以曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 (y \neq 0)$. (4 分)

(2) 假设存在点 $G(t, 0)$, 由 $\left| \frac{GP}{GQ} \right| = \left| \frac{FP}{FQ} \right|$, 得 FG 为 $\angle PGQ$ 的平分线, 则直线 PG, QG 关于 x 轴对称, 得直线 PG, QG 的斜率之和为 0. (6 分)

设 $l: x = my + 1, P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 联立 $\begin{cases} x = my + 1 \\ 3x^2 + 4y^2 = 12 \end{cases}$, 得 $(3m^2 + 4)y^2 + 6my - 9 = 0$, 得 $y_1 + y_2 = \frac{-6m}{3m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{-9}{3m^2 + 4}$, 则 $k_{PG} + k_{QG} = \frac{y_1}{x_1 - t} + \frac{y_2}{x_2 - t} = 0$, 即 $y_1(x_2 - t) + y_2(x_1 - t) = 0$, 即 $y_1(my_2 + 1 - t) + y_2(my_1 + 1 - t) = 0$, 即 $2my_1 y_2 + (1 - t)(y_1 + y_2) = 0$, 则 $2m \cdot \frac{-9}{3m^2 + 4} + (1 - t) \cdot \frac{-6m}{3m^2 + 4} = 0$, 解得 $t = 4$, 故存在 $G(4, 0)$ 满足题意. (12 分)

22.【解题思路】(1) 由题得 $\rho^2 = \frac{2}{1 + \sin^2 \theta}$, 即 $\rho^2(1 + \sin^2 \theta) = 2$, 即 $\rho^2 \cos^2 \theta + 2\rho^2 \sin^2 \theta = 2$, 代入 $\rho \cos \theta = x$, $\rho \sin \theta = y$, 整理得 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$. (5 分)

(2) (方法 1) 注意到直线 l 经过点 $(-1, 0)$, 设 M, N 两点对应的直线的参数为 t_1, t_2 , 将 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \end{cases}$ 代入

$\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 整理得 $3t^2 - 2t - 1 = 0$, 则 $\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{2}{3} \\ t_1 t_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$, 所以 $|MN| = \sqrt{2} |t_1 - t_2| = \sqrt{2} \times \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$. (10 分)

(方法 2) 直线 l 的标准形式的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t' \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t' \end{cases}$ (t' 为参数), 代入 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 整理得 $3t'^2 - 2\sqrt{2}t' - 2 = 0$. 设 M, N 两点对应的直线的参数为 t'_1, t'_2 , 则 $\begin{cases} t'_1 + t'_2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ t'_1 t'_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$, 所以 $|MN| = |t'_1 - t'_2| =$

$\sqrt{(t'_1 + t'_2)^2 - 4t'_1 t'_2} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$. (10 分)

23.【解题思路】(1) (方法 1) 由题得 $f(x) = |x - 1| - |x - 2| = \begin{cases} -1, & x \leq 1 \\ 2x - 3, & 1 < x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$, 则易知 $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$. (5 分)

(方法 2) 因为 $|f(x)| = ||x - 1| - |x - 2|| \leq |(x - 1) - (x - 2)| = 1$, 所以 $-1 \leq f(x) \leq 1$, 当且仅当 $(x - 1)(x - 2) \geq 0$, 即 $x \leq 1$ 或 $x \geq 2$ 时取等号, 故 $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$. (5 分)

数学(文科)试题参考答案 第 5 页(共 6 页)

(2) 两种方法求 $\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2}$ 的最小值:

(方法1) 由基本不等式, 得 $\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2} = \left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2}\right)(a^2 + b^2) = 1 + \frac{b^2}{2a^2} + \frac{a^2}{2b^2} \geq 2$, 当且仅当 $a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号, 因此 $\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2}$ 的最小值是 2.

(方法2) 由柯西不等式, 得 $\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2} = \left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2}\right)(a^2 + b^2) \geq \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2$, 当且仅当 $a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号, 因此 $\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2}$ 的最小值是 2.

由题得 $4f(x) \leq 2$, 即 $|x-1| - |x-2| \leq \frac{1}{2}$, 等价于 $\begin{cases} x \leq 1 \\ -1 \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 1 < x < 2 \\ 2x-3 \leq \frac{1}{2} \end{cases}$, 解得 $x \leq 1$ 或 $1 < x \leq \frac{7}{4}$, 则

原不等式的解集为 $\left(-\infty, \frac{7}{4}\right]$. (10 分)



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线