

2022 学年顺德区普通高中教学质量检测 (一)

高三数学

本试卷共 4 页, 22 小题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在数学答题卡, 并用 2B 铅笔在答题卡上的相应位置填涂考生号.
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 将答题卡交回.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 \leq 0\}$, $B = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 则 $A \cap B =$

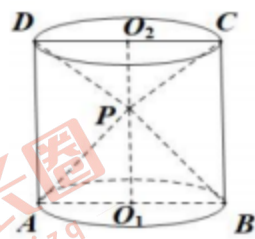
- A. $\{x | -2 \leq x \leq -1\}$ B. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x > 4\}$ C. $\{x | -2 \leq x \leq 4\}$ D. $\{x | -1 < x \leq 3\}$

2. 已知复数 z 满足 $z^2 + z + 3 = 0$, 则 z 在复平面内对应的点位于

- A. 第一或第三象限 B. 第二或第四象限
C. 第二或第三象限 D. 第一或第四象限

3. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是圆柱 O_1O_2 的轴截面, $AD:AB = 3:2$, 在圆柱 O_1O_2 内部有两个圆锥(圆锥 PO_1 和圆锥 PO_2), 若 $V_{PO_1}:V_{PO_2} = 2:1$, 则圆锥 PO_1 与圆锥 PO_2 的侧面积之比为

- A. 2:1
B. $\sqrt{5}:\sqrt{2}$
C. $(\sqrt{5}+1):(\sqrt{2}+1)$
D. 1:1



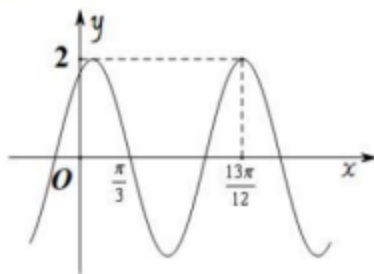
第 3 题图

4. 已知向量 $\vec{a} = (2, n)$, $\vec{b} = (m, 4)$, 若 $\vec{a} + \vec{b} = (5, 3)$, 则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\left(\frac{6}{25}, \frac{8}{25}\right)$ D. $\left(\frac{4}{5}, \frac{2}{5}\right)$

5. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的表达式可以为

- A. $f(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
B. $f(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{7\pi}{6}\right)$
C. $f(x) = \sin\left(2x - \frac{5\pi}{3}\right)$



第 5 题图

D. $f(x) = 2 \sin\left(x - \frac{7\pi}{12}\right)$

6. 已知四边形 $ABCD$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的内接四边形 (即四边形的四个顶点均在椭圆上), 且四边形 $ABCD$ 为矩形, 则四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为

- A. $4\sqrt{3}$ B. $\frac{48}{7}$ C. $\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

7. 国家于 2021 年 8 月 20 日表决通过了关于修改人口与计划生育法的决定, 修改后的人口计生法规定, 国家提倡适龄婚育、优生优育, 一对夫妻可以生育三个子女, 该政策被称为三孩政策. 某个家庭积极响应该政策, 一共生育了三个小孩. 假定生男孩和生女孩是等可能的, 记事件 A: 该家庭既有男孩又有女孩; 事件 B: 该家庭最多有一个男孩; 事件 C: 该家庭最多有一个女孩. 则下列说法正确的是

- A. 事件 B 与事件 C 互斥但不对立
B. 事件 A 与事件 B 互斥且对立
C. 事件 B 与事件 C 相互独立
D. 事件 A 与事件 B 相互独立

8. 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(2-x) + f(x) = 2$, 对任意

$x_1, x_2 \in [1, +\infty)$ ($x_1 \neq x_2$), $[f(x_2) - f(x_1)] \cdot (x_2 - x_1) > 0$ 恒成立. 若 $f(x^4 + ax^2) + f(6 - 2x^2) \geq 2$ 成立, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -2] \cup \{0\}$ B. $[-2, +\infty)$ C. $(-\infty, -2]$ D. $[-2, 0) \cup (0, +\infty)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设 $(2x-1)^5 = a_0 + a_1x + \cdots + a_5x^5$, 则下列说法正确的是

- A. $a_0 = 1$ B. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 1$
C. $a_0 + a_2 + a_4 = -121$ D. $a_1 + a_3 + a_5 = 122$

10. 我国在各种乒乓球比赛中均取得过优异的成绩, 例如在刚刚过去的 2022 年成都世界乒乓球团体锦标赛中, 中国的乒乓球健将们再创佳绩, 男团、女团分别获得了团体冠军. 甲、乙两位乒乓球初学者, 都学习了三种发球的技巧, 分别是: 上旋球、下旋球以及侧旋球. 两人在发球以及接对方发球成功的概率如下表, 两人每次发、接球均相互独立: 则下列说法正确的是

	上旋球 (发/接)	下旋球 (发/接)	侧旋球 (发/接)
甲	$\frac{1}{3} \left(\frac{3}{5}\right)$	$\frac{1}{4} \left(\frac{2}{5}\right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{1}{5}\right)$
乙	$\frac{1}{4} \left(\frac{1}{5}\right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{3}{5}\right)$	$\frac{1}{4} \left(\frac{1}{5}\right)$

- A. 若甲选择每种发球方式的概率相同, 则甲发球成功的概率是 $\frac{3}{4}$
B. 甲在连续三次发球中选择了三种不同的方式, 均成功的概率为 $\frac{1}{72}$
C. 若甲选择三种发球方式的概率相同, 乙选择三种发球方式的概率也相同, 则乙成功的概率更大

D. 在一次发球中甲选择了发上旋球, 则乙接球成功 (甲发球失误也算乙成功) 的概率是 $\frac{13}{15}$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 1$, $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = 3n - 1$. 将数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的公共项按从小到大的顺序组成一个新的数列 $\{c_n\}$, 设 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则下列说法正确的是

- A. $2023 \in \{c_n\}$ B. $c_{2023} = b_{4046}$ C. $S_{2023} \in \{a_n\}$ D. $S_{2023} \in \{b_n\}$

12. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, 设方程 $f(x) = t (t > 0)$ 的三个根分别为 $x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$, 则下列说法正确的是

A. $x_1 + x_2 > x_3$

B. $x_1 + x_2 + x_3 = 3$

C. $f\left(\frac{2}{7}x_1 + \frac{3}{7}x_2 + \frac{2}{7}x_3\right) < t$

D. 若 $x_i + x_{i+3} = 2 (i = 1, 2, 3)$, 则 $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) + f(x_5) + f(x_6) = 0$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分. 其中第 16 题第一空 2 分, 第二空 3 分.

13. 已知角 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = 2$, 则 $\sin \theta$ 的值为_____.

14. 已知函数 $y = f(x)$ 经过点 $A(1, 3)$, 且 $f'(1) = 5$, 请写出一个符合条件的函数表达式: $f(x) =$ _____.

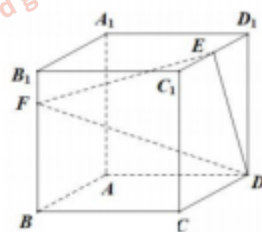
15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线为 $l: y = \frac{b}{a}x$, 左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 过点

F_2 作 x 轴的垂线与渐近线 l 交于点 A , 若 $\angle AF_1F_2 = \frac{\pi}{6}$, 则双曲线 C 的离心率为_____.

16. 如图, 设正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 设 E 为 C_1D_1 的中点, F 为

BB_1 上的一个动点, 设由点 D, E, F 确定的平面为 α , 当点 F 与 B_1 重合时, 平面

α 截正方体的截面的面积为____; 点 A_1 到平面 α 的距离的最小值为_____.



第 16 题图

四、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本题满分 10 分)

体育运动是强身健体的重要途径, 《中国儿童青少年体育健康促进行动方案(2020-2030)》(下面简称“体育健康促进行动方案”)中明确提出青少年学生每天在校内参与个少于 60 分钟的中高强度身体活动的要求. 随着“体育健康促进行动方案”的发布, 体育运动受到各地中小学的高度重视, 众多青少年的体质健康得到很大的改善. 某中学教师为了了解体育运动对学生的数学成绩的影响情况, 现从该中学高三年级的一次月考中随机抽取 1000 名学生, 调查他们平均每天的体育运动情况以及本次月考的数学成绩情况, 得到下表数据:

数学成绩(分)	[30-50)	[50-70)	[70-90)	[90-110)	[110-130)	[130-150]
人数(人)	25	125	350	300	150	50
爱运动的人数(人)	10	45	145	200	107	43

约定:平均每天进行体育运动的时间不少于 60 分钟的为“运动达标”, 数学成绩排在年级前 50%以内(含 50%)的为“数学成绩达标”.

(1) 求该中学高三年级本次月考数学成绩的 65%分位数;

(2) 请估计该中学高三年级本次月考数学成绩的平均分(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(3) 请根据已知数据完成下列列联表, 并根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验, 分析“数学成绩达标”是否与“运动达标”相关;

	数学成绩达标人数	数学成绩不达标人数	合计
运动达标人数			
运动不达标人数			
合计			

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} (n=a+b+c+d)$

α	0.010	0.005	0.001
χ_{α}	6.635	7.879	10.828

18. (本题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1$, _____.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{3}{2S_n + 7n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{3}{4}$.

从下列两个条件中任选一个作为已知, 补充在上面问题的横线中进行求解(若两个都选, 则按所写的第 1 个评分):

①数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是以 $\frac{3}{2}$ 为公差的等差数列; ② $2na_{n+1} = 2S_n + 3n(n+1)$.

19. (本题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的周长为 $\frac{\sin C}{\sin A - \sin B}(c-b) + c$.

(1) 求 A ;

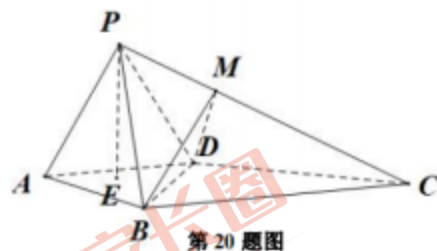
(2) 若 $b=4, c=2$, M 是 AC 的中点, 点 N 满足 $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{BN}$, 设 AN 交 BM 于点 O , 求 $\cos \angle MON$ 的值.

20. (本题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB=AD=2\sqrt{3}, CB=CD=\sqrt{39}, \angle BAD=60^\circ$, 点 P 在平面 $ABCD$ 上的投影恰好是 $\triangle ABD$ 的重心 E , 点 M 满足 $\overrightarrow{PM} = \lambda \overrightarrow{PC}$, 且 $PA \parallel$ 平面 BDM .

(1) 求 λ 的值;

(2) 若直线 PA 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\frac{3}{2}$, 求平面 BDM 与平面 PAD 夹角的余弦值.



21. (本题满分 12 分)

已知动圆 C 经过点 $F(1, 0)$, 且与直线 $x = -1$ 相切, 记动圆 C 圆心的轨迹为 E .

(1) 求 E 的方程;

(2) 已知 $P(4, y_0) (y_0 > 0)$ 是曲线 E 上一点, A, B 是曲线 E 上异于点 P 的两个动点, 设直线 PA, PB

的倾斜角分别为 α, β , 且 $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$, 请问: 直线 AB 是否经过定点? 若是, 请求出该定点, 若不是, 请说明理由.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}mx^2 + x - \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 a, b 是 $f(x)$ 的两个极值点, 且 $a > b$, 求证: $2[f(a) - f(b)] < (4m+1)(a-b)$.

