20230607 项目第一次模拟测试卷

理科数学

本试卷共 4 页，23 小题，满分 150 分．考试时间 120 分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上，并在相应位置贴好条形码．

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案．

3．非选择题必须用黑色水笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案，不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效．

4．考生必须保证答题卡整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．

一．选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

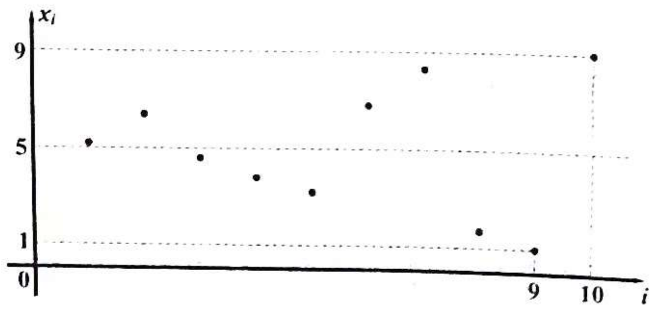
1．已知集合 $A=\{y\mid y=x^2-4x+4,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid y=\ln(4-x^2)\}$，则 $A\cap B=$

A．$[0,2)$　　B．$[-2,2]$　　C．$(-2,0)$　　D．$(-2,2)$

2．设复数 z 满足 $z=\dfrac{1}{1-\mathrm{i}}+\mathrm{i}$，则 $|\bar{z}|=$

A．2　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　D．$\sqrt{10}$

3．如图，一组数据 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_9,x_{10}$ 的平均数为 5，方差为 s_1^2，去除 x_9,x_{10} 这两个数据后，平均数为 $\bar{x}$，方差为 s_2^2，则



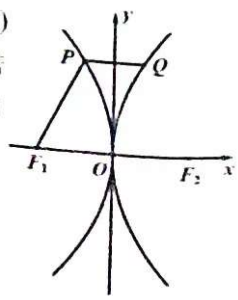
A．$\bar{x}>5$，$s_1^2>s_2^2$　　B．$\bar{x}<5$，$s_1^2<s_2^2$　　C．$\bar{x}=5$，$s_1^2<s_2^2$　　D．$\bar{x}=5$，$s_1^2>s_2^2$

4．已知 $x>0,y>0$，则"$x+y>4$"是"$\ln x+\ln y>2\ln 2$"的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

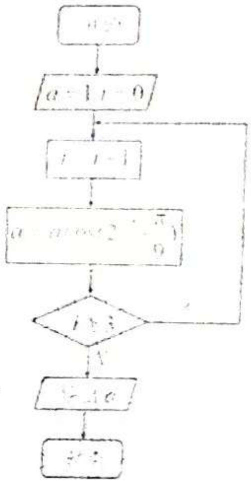
5．"米"是象形字.数学探究课上，某同学用抛物线 $C_1:y^2=-2px(p>0)$ 和 $C_2:y^2=2px(p>0)$ 构造了一个类似"米"字型的图案，如图所示，若抛物线 C_1,C_2 的焦点分别为 F_1,F_2，点 P 在抛物线 C_1 上，过点 P 作 x 轴的平行线交抛物线 C_2 于点 Q，若 $PF_1=2PQ=4$，则 $p=$



A．2　　B．3

C．4　　D．6

6．执行如图所示的程序框图，则输出 a 的结果为



A．$\dfrac{1}{4}$　　　　B．$\dfrac{1}{8}$

C．$\dfrac{1}{16}$　　　　D．$\dfrac{1}{32}$

7．已知 $a=\log_3\dfrac{7}{5}, b=(\dfrac{26}{3})^{\frac{1}{2}}, c=\dfrac{1}{2}\log_{27}9$，则

A．$a<b<c$　　　　B．$a<c<b$

C．$b<a<c$　　　　D．$c<a<b$

8．圆锥 OO_1 的底面半径为 1，母线长为 2．ΔOAB 是圆锥 OO_1 的轴截面，F 是 OA 的中点，E 为底面圆周上的一个动点（异于 A，B 两点），则下列说法正确的是

A．存在点 E，使得 $EF\perp EB$　　　　B．存在点 E，使得 $EF//OB$

C．$OB//$平面 EFO_1　　　　D．三棱锥 $F-ABE$ 体积最大值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

9．二项式定理，又称牛顿二项式定理，由艾萨克•牛顿提出．二项式定理可以推广到任意实数次幂，即广义二项式定理：

对于任意实数 α，$(1+x)^{\alpha}=1+\dfrac{\alpha}{1!}\cdot x+\dfrac{\alpha(\alpha-1)}{2!}\cdot x^2+\ldots+\dfrac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-k+1)}{k!}\cdot x^k+\ldots$

当 $|x|$ 比较小的时候，取广义二项式定理展开式的前两项可得：$(1+x)^{\alpha}\approx 1+\alpha\cdot x$，并且 $|x|$ 的值越小，所得结果就越接近真实数据．用这个方法计算 $\sqrt{5}$ 的近似值，可以这样操作：$\sqrt{5}=\sqrt{4+1}=\sqrt{4(1+\dfrac{1}{4})}=2\sqrt{1+\dfrac{1}{4}}\approx 2\times(1+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{4})=2.25$．用这样的方法，估计 $\sqrt[3]{25}$ 的近似值约为

A．2.922　　B．2.926　　C．2.928　　D．2.930

10．已知一簇圆 $C_n:(x-a_n)^2+(y-2a_n)^2=a_n^{\,2}(a_n\neq 0)$，直线 $l:y=kx+b$ 是它们的一条公切线，则 $k+b=$

A．$\dfrac{3}{4}$　　B．1　　C．$\dfrac{5}{4}$　　D．2

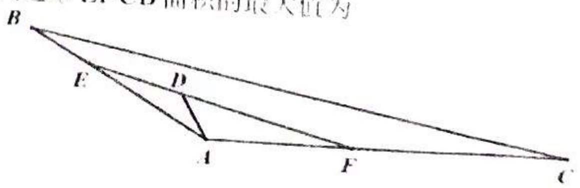
11．已知函数 $f(x)=(x-1)^{\frac{3}{5}}+\dfrac{1}{2}$，若对于任意的 $x\in[2,3]$，不等式 $f(x)+f(a-2x)\leq 1$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是

A．$(-\infty,2)$　　B．$(-\infty,2]$　　C．$(-\infty,4)$　　D．$(-\infty,4]$

12．如图，一块三角形铁片 ABC，已知 $AB=4, AC=4\sqrt{3}, \angle BAC=\dfrac{5\pi}{6}$，现在这块铁片中间发现一个小洞，记为点 D，$AD=1$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{6}$．如果过点 D 作一条直线分别交 AB、AC 于点 E,F，并沿直线 EF 拔掉 ΔAEF，则剩下的四边形 $EFCB$ 面积的最大值为

A．$3\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{3}$

C．$\sqrt{6}$　　D．$\sqrt{3}$



二．填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a}=(m,-2)$，$\vec{b}=(1,1)$，若 $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则 $m=$________.

14. 双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4a^2}=1(a>0)$ 的渐近线方程为________.

15. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为梯形，$AB\,//\,DC$，$AB=2CD$，点 M 在侧棱 PC 上，点 Q 在侧棱 AP 上运动，若三棱锥 $M-BDQ$ 的体积为定值，则 $\dfrac{PM}{MC}=$________.

16. 潮汐现象是地球上的海水在太阳和月球双重引力作用下产生的全球性的海水的周期性变化，人们可以利用潮汐进行港口货运.某港口具体时刻 t（单位：小时）与对应水深 y（单位：米）的函数关系式为 $y=3\sin\dfrac{\pi}{6}t+10(0\le t\le 24)$.某艘大型货船要进港，其相应的吃水深度（船底与水面的距离）为 7 米，船底与海底距离不小于 4.5 米时就是安全的，该船于 2 点开始卸货（一次卸货最长时间不超过 8 小时），同时吃水深度以 0.375 米/小时的速度减少，该船 8 小时内没有卸完货，要及时驶入深水区域，则该船第一次停止卸货的时刻为________.

三．解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_4=64$，且 $a_na_{n+2}=ka_{n+1}^2$ $(n\in\mathrm{N}^*)$.

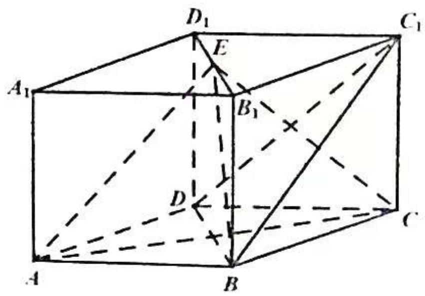
（1）求 k 的值；

（2）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18.（12 分）已知直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为菱形，且 $AB=AD=BD=2$，$AA_1=\sqrt{3}$，点 E 为 B_1D_1 的中点.

（1）证明：$AE\,//$ 平面 BDC_1；

（2）求二面角 $B-AE-C$ 的余弦值.



19.（12 分）已知函数 $f(x)=(x-a)^2+be^x(a,b\in\mathrm{R})$.

（1）若 $a=0$ 时，函数 $y=f(x)$ 有 3 个零点，求 b 的取值范围；

（2）若 $a>0,b=\dfrac{2}{e}$，方程 $f(x)=3$ 有解，求 a 的取值范围.

20.（12分）某校准备购买班服，确定从A,B两种款式中选出一种统一购买，现在全班50位同学赞成购买A,B款式的人数分别为20，30位，为了尽量统一意见，准备在全班进行三轮宣传，每轮宣传从全班同学中随机选出一位，介绍他赞成款式的理由，假设每轮宣传后，赞成该同学所选款式的不会改变意见，不赞成该同学所选款式的同学会有5位改变意见，赞成该同学所选款式.

（1）计算第二轮选到的同学赞成A款式的概率；

（2）设经过三轮宣传后赞成A款式的人数为X，求随机变量X的期望.

21.（12分）已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b\ge 1)$过$A(-4,0)$，$A_1(0,1)$，$A_2(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，$A_3(-1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$四个点中的三个点.

（1）求椭圆E的方程；

（2）过点$B(-\dfrac{5}{2},\dfrac{3}{2})$的直线与椭圆$E$交于$P,Q$两点，直线$AP,AQ$分别交椭圆$E$于$M,N$两点，求直线$MN$的斜率.

（二）选考题：共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10分）选修4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-1+t\cos\alpha,\\ y=-3+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$.

（1）当$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$时，求直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程；

（2）直线l与曲线C交于A，B两点，若$|AB|=2$，求$\sin 2\alpha$的值.

23.（10分）选修4-5：不等式选讲

已知$a>0$，$b>0$，且$a+b=ab$.

（1）求证：$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}\ge\dfrac{1}{2}$；

（2）求$M=|2a-1|+|3b-1|$的最小值.

密　封　线

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线