

## 2019 年全国高中数学联赛模拟试题（九）

### 一、选择题（每题 3 分，共 27 分）

1. 判断下列两个结论：①正三角形是轴对称图形；②正三角形是中心对称图形，结果是（ ）

- A. ①②都正确    B. ①②都错误    C. ①正确，②错误    D. ①错误，②正确

②正确

2. 解方程  $\frac{8}{4-x^2} = \frac{2}{2-x}$  的结果是（ ） A.  $x=-2$     B.  $x=2$     C.  $x=4$

D. 无解

3. 下列调查适合作抽样调查的是（ ）

- A. 了解义乌电视台“同年哥讲新闻”栏目的收视率  
B. 了解某甲型 H1N1 确诊病人同机乘客的健康状况  
C. 了解某班每个学生家庭电脑的数量    D. “神七”载人飞船发射前对重要零部件的检查

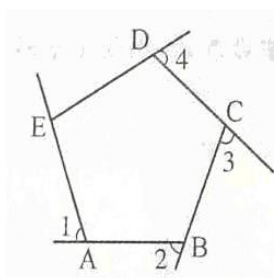
4. 以方程组  $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x - 1 \end{cases}$  的解为坐标的点  $(x, y)$  在平面直角坐标系中的位置是

( )

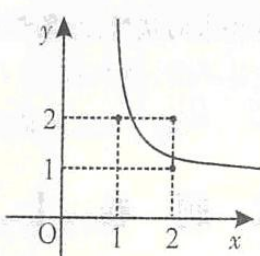
- A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限

5. 如图， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  是五边形 ABCD 的外角，且  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 70^\circ$ ，

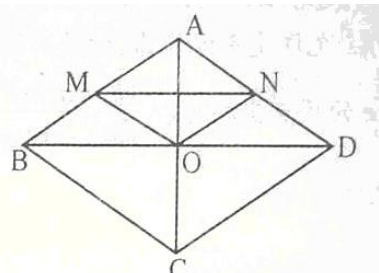
则  $\angle AED$  的度数是（ ） A.  $110^\circ$     B.  $108^\circ$     C.  $105^\circ$     D.  $100^\circ$



(第9题)



(第10题)

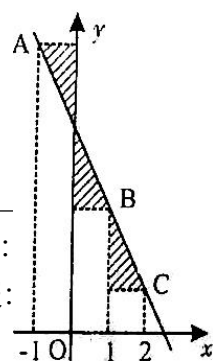


(第11题)

6. 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  在第一象限的图象如图所示，则  $k$  的值可能是（ ）

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

7. 如图，菱形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，M、N 分别



(第12题)

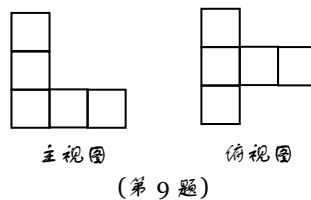
是边 AB、AD 的中点，连结 OM、ON、MN，则下列叙述正确的是 ( )

- A.  $\triangle AOM$  和  $\triangle AON$  都是等边三角形
- B. 四边形 MBON 和四边形 MODN 都是菱形
- C. 四边形 AMON 和四边形 ABCD 都是位似图形
- D. 四边形 MBCO 和四边形 NDCO 都是等腰梯形

8. 如图，点 A、B、C、D 在一次函数  $y = -2x + m$  的图

象上，它们的横坐标依次为 -1、1、2，分别过这些点作 x 轴与 y 轴的垂线，则图中阴影部分的面积之和是

- ( ) A. 1    B. 3    C.  $3(m-1)$     D.  $\frac{3}{2}(m-2)$



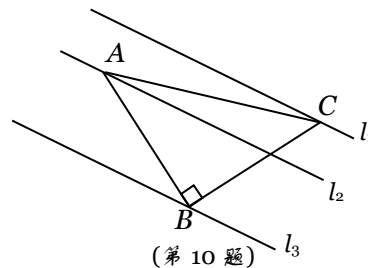
9. 如图，是由一些大小相同的小正方体组成的几何体的主视图和俯视图，则组成这个几何体的小正方体最多块数是 ( )

- A. 9                  B. 10                  C. 11                  D. 12

10. 如图，已知  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，三角

形的顶点在相互平行的三条直线  $l_1, l_2, l_3$  上，且  $l_1, l_2$  之间的距离为 2， $l_2, l_3$  之间的距离为 3，则 AC 的长是 ( )

- A.  $2\sqrt{17}$     B.  $2\sqrt{5}$     C.  $4\sqrt{2}$     D. 7

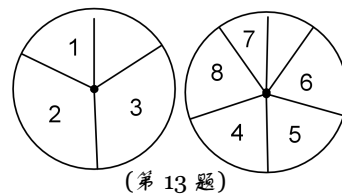


## 二、填空题 (本大题有 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

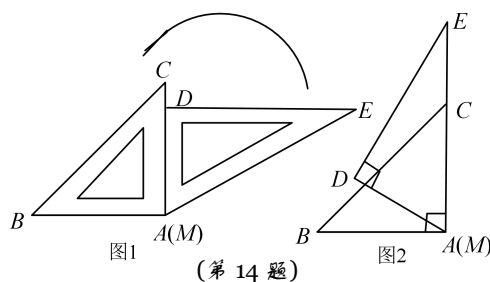
11. 因式分解： $(x+y)^2 - 3(x+y) = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

12. 用配方法解方程  $x^2 - 4x = 5$  时，方程的两边同加上  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ ，使得方程左边配成一个完全平方式。

13. 如图所示是两个各自分割均匀的转盘，同时转动两个转盘，转盘停止时 (若指针恰好停在分割线上，那么重转一次，直到指针指向某一区域为止)，两个指针所指区域的数字和为偶数的概率是  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

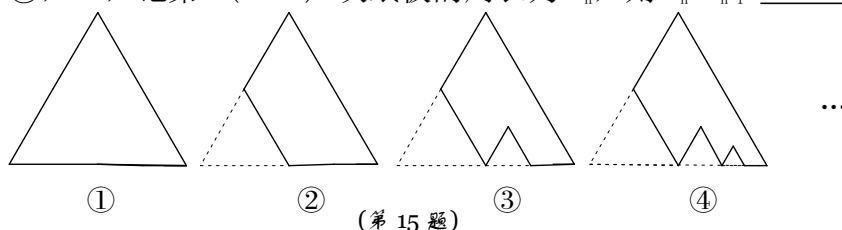


14. 将一副三角板按如图 1 位置摆放，使得两块三角板的直角边 AC 和 MD 重合。已知  $AB = AC = 8$  cm，将  $\triangle MED$  绕点 A(M) 逆时针旋转  $60^\circ$  后 (图 2)，两个三角形重叠 (阴影) 部分的面积约是  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$   $\text{cm}^2$  (结果精确到 0.1，



$\sqrt{3} \approx 1.73$ ).

15. 如图，图①是一块边长为 1，周长记为  $P_1$  的正三角形纸板，沿图①的底边剪去一块边长为  $\frac{1}{2}$  的正三角形纸板后得到图②，然后沿同一底边依次剪去一块更小的正三角形纸板（即其边长为前一块被剪掉正三角形纸板边长的  $\frac{1}{2}$ ）后，得图③，④， $\dots$ ，记第  $n(n \geq 3)$  块纸板的周长为  $P_n$ ，则  $P_n - P_{n-1} = \blacktriangle$ .



### 三、解答题（本大题共 4 个小题，满分 28 分）

15. (1) (3 分) 解方程：  $(x-3)^2 + 4x(x-3) = 0$ .

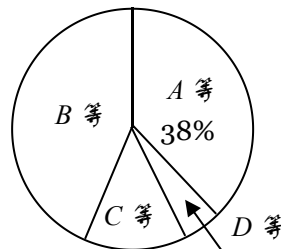
- (2). 解不等式组： 
$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} + 3 > x+1, \\ 1-3(x-1) \leq 8-x \end{cases}$$
 并在数轴上把解集表示出来.

- (3) (3 分) 解方程： 
$$\frac{2-x}{x-3} + 3 = \frac{2}{3-x}$$

16. (本小题 10 分)

某校为了解九年级男生 1000 米长跑的成绩，从中随机抽取了 50 名男生进行测试，根据测试评分标准，将他们的得分进行统计后分为 A, B, C, D 四等，并绘制成下面的频数分布表和扇形统计图.

等第	成绩(得分)	频数 (人数)	频率
A	10 分	7	0.14
	9 分	$x$	$m$
B	8 分	15	0.30
	7 分	8	0.16
C	6 分	4	0.08
	5 分	$y$	$n$
D	5 分以下	3	0.06
合计		50	1.00



- (1) 试直接写出  $x, y, m, n$  的值;
- (2) 求表示得分为  $C$  等的扇形的圆心角的度数;
- (3) 如果该校九年级共有男生 200 名, 试估计这 200 名男生中成绩达到  $A$  等和  $B$  等的人数共有多少人?

17. (本小题 10 分)

随着人民生活水平的不断提高, 我市家庭轿车的拥有量逐年增加. 据统计, 某小区 2006 年底拥有家庭轿车 64 辆, 2008 年底家庭轿车的拥有量达到 100 辆.

- (1) 若该小区 2006 年底到 2009 年底家庭轿车拥有量的年平均增长率都相同, 求该小区到 2009 年底家庭轿车将达到多少辆?
- (2) 为了缓解停车矛盾, 该小区决定投资 15 万元再建造若干个停车位. 据测算, 建造费用分别为室内车位 5000 元/个, 露天车位 1000 元/个, 考虑到实际因素, 计划露天车位的数量不少于室内车位的 2 倍, 但不超过室内车位的 2.5 倍, 求该小区最多可建两种车位各多少个? 试写出所有可能的方案.

18. (本小题 12 分)

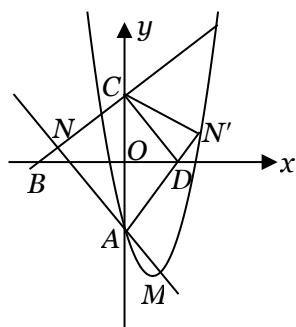
已知抛物线  $y = x^2 - 2x + a$  ( $a < 0$ ) 与  $y$  轴相交于点  $A$ , 顶点为  $M$ . 直线  $y = \frac{1}{2}x - a$

分别与  $x$  轴,  $y$  轴相交于  $B, C$  两点, 并且与直线  $AM$  相交于点  $N$ .

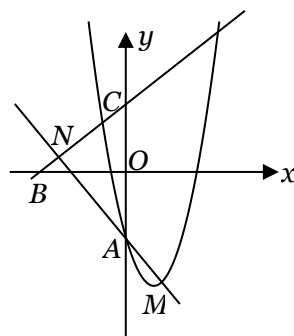
(1) 填空: 试用含  $a$  的代数式分别表示点  $M$  与  $N$  的坐标, 则  $M( \quad, \quad ), N( \quad, \quad );$

(2) 如图, 将  $\triangle NAC$  沿  $y$  轴翻折, 若点  $N$  的对应点  $N'$  恰好落在抛物线上,  $AN'$  与  $x$  轴交于点  $D$ , 连结  $CD$ , 求  $a$  的值和四边形  $ADCN$  的面积;

(3) 在抛物线  $y = x^2 - 2x + a$  ( $a < 0$ ) 上是否存在一点  $P$ , 使得以  $P, A, C, N$  为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求出  $P$  点的坐标; 若不存在, 试说明理由.



第 (2) 题



备用图

(第 18 题)

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：

**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注