高三数学考试(文科)

(考试时间:120 分钟　试卷满分:150 分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x|(x+3)(x-5)<0\}$,则 $A\cap \mathbf{N}$ 的元素个数为

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

2. 若函数 $f(x)$的最小正周期大于 2π,则 $f(x)$的解析式可以为

A. $f(x)=\sin x$　　B. $f(x)=\tan(1-\frac{1}{2}x)$

C. $f(x)=\tan x$　　D. $f(x)=\cos(1-\frac{1}{2}x)$

3. 青少年近视情况日益严重,为了解情况,现从某校抽取部分学生,用对数视力表检查视力情况,A 组和 B 组数据结果用茎叶图记录(如图所示),其中茎表示个位数,叶表示十分位数. 对于这两组数据,下列结论正确的是

A. 两组数据的中位数相等

B. 两组数据的极差相等

C. 两组数据的平均数相等

D. 两组数据的众数相等

A		B
2 1 0	5	0 2
8 7 6 6 6 4 0	4	2 4 4 5 8 8 8 9

4. 在四面体 $ABCD$ 中,$\triangle BCD$ 为正三角形,AB 与平面 BCD 不垂直,则

A. AB 与 CD 可能垂直　　B. A 在平面 BCD 内的射影可能是 B

C. AB 与 CD 不可能垂直　　D. 平面 ABC 与平面 BCD 不可能垂直

5. 若 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,则下列函数是奇函数的是

A. $y=f(2^x+2^{-x})$　　B. $y=f(2^x-x)$

C. $y=f(2^x-2^{-x})$　　D. $y=f(2^x+x)$

6. $(3+\frac{1}{x^2})(1+4x^2)$的最小值为

A. $9\sqrt{3}$　　B. $7+4\sqrt{2}$

C. $8\sqrt{3}$　　D. $7+4\sqrt{3}$

7. 若一个等比数列的首项为$\frac{1}{4}$,公比为 2,S 是该等比数列前 10 项之和,S'是该等比数列前 10 项的倒数之和,则$\frac{S}{S'}=$

A. 16　　B. 32　　C. 64　　D. 128

8. 已知函数 $f(x)=x^4-x$ 的图象在原点 O 处的切线与在点 $A(1,0)$处的切线的交点为 P,则 $\tan\angle OPA=$

A. 2　　B. $\frac{5}{2}$　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{9}{2}$

9. 已知两个单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 的夹角为$\frac{\pi}{4}$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$

A. $\frac{1-\sqrt{7}}{4}$　　B. $\frac{1\pm\sqrt{7}}{4}$　　C. $\frac{1-\sqrt{6}}{4}$　　D. $\frac{1\pm\sqrt{6}}{4}$

10. 若函数 $p(x)=x^5\ln x-a$ 有零点,则 a 的取值范围是

A. $[-\frac{1}{e},+\infty)$　　B. $(-\infty,\frac{1}{e}]$

C. $[-\frac{1}{5e},+\infty)$　　D. $(-\infty,\frac{1}{5e}]$

11. 已知 A,B,C 为椭圆 D 上的三点,AB 为长轴,$AB=7$,$AC=3$,$\angle BAC=60°$,则 D 的离心率是

A. $\frac{2}{11}$　　B. $\frac{3\sqrt{2}}{11}$　　C. $\frac{3}{11}$　　D. $\frac{\sqrt{22}}{11}$

12. 已知数列$\{a_n\}$共有 m 项,$a_1=111$,$a_2=217$,且当 $n\in\mathbf{N}^*$,$3\leqslant n\leqslant m$ 时,$a_n=a_{n-2}-\frac{n-p}{a_{n-1}}$. 当项数 m 的最大值为 220 时,常数 p 的值为

A. $\frac{109}{110}$　　B. $\frac{108}{109}$　　C. $\frac{110}{109}$　　D. $\frac{109}{108}$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 右图为一个开关阵列,每个开关只有“开”和“关”两种状态,按其中一个开关 1 次,将导致自身和所有相邻(上、下相邻或左、右相邻)的开关改变状态. 若从这十六个开关中随机按其中一个开关 1 次,则(2,3)的状态发生改变的概率为___▲___.

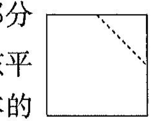
(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

14. 写出一个满足下列两个条件的复数:$z=$___▲___.

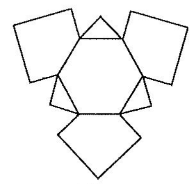
①z^2的实部为 5;②z 的虚部不为 0.

15. 设 A 是函数 $f(x)=\sqrt{\frac{2x^2-14}{7}}$ 图象上一点,$M(-3,0)$,$N(3,0)$,若$|AM|\cdot|AN|=21$,则$|AM|+|AN|=$___▲___.

16. 将 3 个 6 cm×6 cm 的正方形都沿其中的一对邻边的中点剪开,每个正方形均分成两个部分,如图(1)所示,将这 6 个部分接于一个边长为 $3\sqrt{2}$ cm 的正六边形上,如图(2)所示. 若该平面图沿着正六边形的边折起,围成一个七面体,则该七面体的体积为___▲___cm^3.



图(1)



图(2)

三、解答题：共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.(12 分)

a,b,c 分别为$\triangle ABC$的内角 A,B,C 的对边. 已知 $c=\frac{5}{2}$，$2\sin A=3\sin B$.

(1)若$\triangle ABC$的周长为$\frac{25}{2}$，求 a,b；

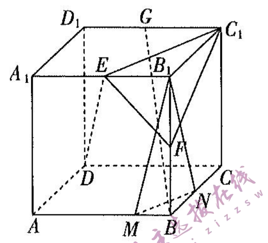
(2)若 $bc=5$，证明：$A=2B$.

18.(12 分)

如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F,G 分别为 A_1B_1,BB_1,C_1D_1 的中点.

(1)过 BG 作该正方体的截面，使得该截面与平面 C_1EF 平行，写出作法，并说明理由；

(2)设 M,N 分别为棱 AB,BC 上一点，M,N 与 B 均不重合，且 $MN=C_1F$，求三棱锥 $B-B_1MN$ 体积的最大值.



19.(12 分)

2022 年 12 月份以来，全国多个地区纷纷采取不同的形式发放多轮消费券，助力消费复苏. 记发放的消费券额度为 x(百万元)，带动的消费为 y(百万元). 某省随机抽查的一些城市的数据如下表所示.

x	3	3	4	5	5	6	6	8
y	10	12	13	18	19	21	24	27

(1)根据表中的数据，请用相关系数说明 y 与 x 有很强的线性相关关系，并求出 y 关于 x 的线性回归方程.

(2)(i)若该省 A 城市在 2023 年 2 月份准备发放一轮额度为 10 百万元的消费券，利用(1)中求得的线性回归方程，预计可以带动多少消费？

(ii)当实际值与估计值的差的绝对值与估计值的比值不超过 10%时，认为发放的该轮消费券助力消费复苏是理想的. 若该省 A 城市 2 月份发放额度为 10 百万元的消费券后，经过一个月的统计，发现实际带动的消费为 30 百万元，请问发放的该轮消费券助力消费复苏是否理想？若不理想，请分析可能存在的原因.

参考公式：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

当$|r|>0.75$时，两个变量之间具有很强的线性相关关系.

参考数据：$\sqrt{35}\approx 5.9$.

20.(12 分)

已知定义在$(0,+\infty)$上的函数 $f(x),g(x)$的导函数都存在，且 $f(x)>xf'(x)-x^2g'(x)$.

(1)若 $f(x)=x^2$，$g(x)=ax-\frac{1}{x}$，求 a 的取值范围；

(2)证明：$g(\log_2 5)+f(\log_3 8)\cdot\log_8 3>g(\log_3 8)+f(\log_2 5)\cdot\log_5 2$.

21.(12 分)

已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$的焦点为 F，T 为圆 $S:(x+5)^2+(y-3)^2=5$ 上一动点，且$|FT|$的最小值为 $2\sqrt{5}$.

(1)求 C 的方程；

(2)P 在 C 的准线上，过 F 作直线 PF 的垂线交 C 于 A,B 两点，M,N 分别为线段 AP,BP 的中点，试判断直线 MN 与 C 的位置关系，并说明理由.

(二)选考题：共 10 分. 请考生从第 22,23 两题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在极坐标系中，圆 C 的圆心在极轴上，半径为 2，且圆 C 经过极点.

(1)求圆 C 的极坐标方程；

(2)若 P 为圆 C 上的动点，过 P 作直线 $\rho\sin\theta=-3$，$\rho\cos\theta=-1$ 的垂线，垂足分别为 A,B，求$\triangle PAB$面积的最大值.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x-a|+|x-b|(-1<a<b)$.

(1)若 $a=1,b=2$，证明：$f(x)\geqslant\sin x$.

(2)记集合 $A=\{x|f(x)<a+b+2\}$，$B=\{x||2x-a-b|<a+b+2\}$，试判断 A 与 B 的关系，并说明理由.