

陕西师大附中 2022—2023 学年度第二学期

期末考试 高二年级 数学(理) 试题

命题人：李 刚 审题人：卢 龙

注意事项：

1. 本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答案均写在答题卡上，满分 150 分，时间 120 分钟。
2. 答卷前检查答题卡上条形码的信息是否正确。
3. 答卷必须使用 0.5mm 的黑色签字笔书写，字迹工整、笔迹清晰。并且必须在题号所指示的答题区内作答，超出答题区域的书写无效。
4. 只交答题卡，不交试题卷。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 > 0\}$ ， $B = \left\{x | \frac{x}{x-1} < 0\right\}$ ，则 $A \cap B = ()$

- A. $(0, 1)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, 3)$

2. 已知纯虚数 $z = (1+i)m^2 - (4+i)m + 3$ ，其中 i 为虚数单位，则实数 m 的值为 $()$

- A. 1 B. 3 C. 1 或 3 D. 0

3. 某市甲、乙两个监测站在 10 日内分别对空气中某污染物实施监测，统计数据(单位： g/m^3)

如图所示，以下说法正确的是 $()$

- A. 这 10 日内任何一天甲监测站的大气环境质量均好于乙监测站
B. 这 10 日内甲监测站该污染物浓度读数的中位数小于乙监测站读数的中位数
C. 这 10 日内乙监测站该污染物浓度读数中出现频率最大的数值是 167
D. 这 10 日内甲监测站该污染物浓度读数的平均值小于乙监测站读数的平均值

甲	乙
	13 6
2	14
	15 4
4 2	16 7 7 7 0
1 7 4 2	17 0 6
5 0	18 1
7	19 3

4. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作，书中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥，则直角圆锥侧面展开图的圆心角的弧度数为 $()$

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ C. $\sqrt{2}\pi$ D. $2\sqrt{2}\pi$

5. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 1$ ， $\vec{b} = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ， $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $()$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

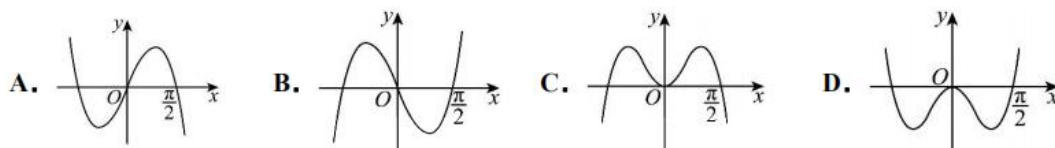
6. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{2}$ 且 $(n+2)a_{n+1} = na_n$, 则它的前 30 项和 $S_{30} = ()$

- A. $\frac{30}{31}$ B. $\frac{29}{30}$ C. $\frac{28}{29}$ D. $\frac{19}{29}$

7. 若 $(ax - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项等于 -20, 则其展开式各项系数之和为 ()

- A. 1 B. 32 C. 0 D. 64

8. 函数 $f(x) = \frac{(1-e^{2x})\cos x}{e^x}$ 的部分图象大致为 ()



9. 习近平总书记多次强调生态文明建设关系人民福祉、关乎民族未来,是事关实现“两个一百年”奋斗目标;事关中华民族永续发展的大事。“环境就是民生,青山就是美丽,蓝天也是幸福”,随着经济的发展和社会的进步,人们的环保意识日益增强.某化工厂产生的废气中污染物的含量为

$3\text{mg}/\text{cm}^3$, 排放前每过滤一次,该污染物的含量都会减少 20%, 当地环保部门要求废气中该污染

物的含量不能超过 $0.25\text{mg}/\text{cm}^3$, 若要使该工厂的废气达标排放, 那么该污染物排放前需要过滤

的次数至少为 () (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$, $\lg 3 \approx 0.4771$)

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

10. 已知四面体 $ABCD$ 的所有顶点在球 O 的表面上, $AB \perp$ 平面 BCD , $AB = 2\sqrt{3}$, $CD = 2\sqrt{2}$, $\angle CBD = 135^\circ$, 则球 O 的体积为 ()

- A. $\frac{76\sqrt{19}\pi}{3}$ B. $\frac{76\pi}{3}$ C. $\frac{28\pi}{3}$ D. $\frac{28\sqrt{7}\pi}{3}$

11. 设 $(\frac{1}{3})^a = \log_2 a$, $2^b = \log_{\frac{1}{3}} b$, $(\frac{1}{4})^c = 5$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系是 ()

- A. $b < a < c$ B. $c < b < a$ C. $a < b < c$ D. $b < c < a$

12. 设定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$. 若 $f(x) - g(4-x) = 2$,

$g'(x) = f'(x-2)$, 且 $f(x+2)$ 为奇函数, 则下列说法中一定正确的是 ()

- A. $\sum_{k=1}^{2023} f(k) = 0$ B. $\sum_{k=1}^{2023} g(k) = 0$

- C. $\forall x \in \mathbb{R}, f(2+x) + f(-x) = 0$ D. $g(3) + g(5) = 4$

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把答案填在答题纸中相应的横线上。）

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \geq x, \\ x + y \geq 2, \\ 2x - y + 2 \geq 0, \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的最小值为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列， $a_1 + a_4 = 18, a_2 a_3 = 32$ ，若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则

$S_{k+6} - S_k = 2^{11} - 2^5$ ，则正整数 k 等于_____.

15. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 到准线的距离为 4，点 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 在抛物线 C

上，若 $(y_1 - 2y_2)(y_1 + 2y_2) = 48$ ，则 $\frac{|MF|}{|NF|} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 若曲线 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ 有三条过点 $(0, a)$ 的切线，则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $\frac{\sin C}{\sin A + \sin B} + \frac{b}{a+c} = 1$.

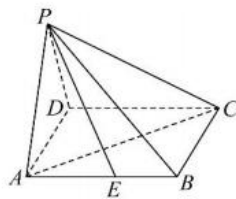
(1) 求 $\angle A$;

(2) 若 $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}| = 4$ ， $\cos B + \cos C = 1$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $AC \perp PE$ ， $PA = PD$ ， E 为棱 AB 的中点.

(1) 证明：平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 $PA = AD$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，求二面角 $E-PD-A$ 的正弦值.



19. (本小题满分 12 分) 为了庆祝党的二十大胜利召开，培养担当民族复兴的时代新人，某高中在全校三个年级开展了一次“不负时代，不负韶华，做好社会主义接班人”演讲比赛. 共 1500 名学生参与比赛，现从各年级参赛学生中随机抽取 200 名学生，并按成绩分为五

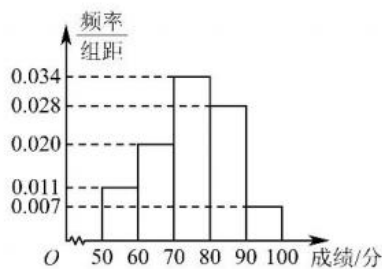
组： $[50, 60)$ ， $[60, 70)$ ， $[70, 80)$ ， $[80, 90)$ ， $[90, 100]$ ，得到如下频率分布直方图，且第五组中高三学生占 $\frac{3}{7}$.

(1) 求抽取的 200 名学生的平均成绩 $\bar{x}$ (同一组数据用该组区间的中点值代替);

(2) 若在第五组中,按照各年级人数比例采用分层随机抽样的方法抽取 7 人,再从中选取 2 人组成宣讲组,在校内进行义务宣讲,求这 2 人都是高三学生的概率;

(3) 若比赛成绩 $x > \bar{x} + s$ (s 为样本数据的标准差),则认为成绩优秀,试估计参赛的 1500 名学生成绩优秀的人数(以频率估计概率).

参考公式: $s = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}$, (f_i 是第 i 组的频率), 参考数据: $\sqrt{30} \approx 5.5$



20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A , P 为 C 上一点, O 为原点,

$|PA| = |PO|$, $\angle APO = 90^\circ$, $\triangle APO$ 的面积为 1.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 B 为 C 的右顶点, 过点 $(1, 0)$ 且斜率不为 0 的直线 l 与 C 交于 M, N 两点, 证明:

$3 \tan \angle MAB = \tan \angle NBA$.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x} - x + a, a \in \mathbb{R}$.

(1) 若 $a = 0$, 求不等式 $xf(x) + x^2 \geq \frac{2(x-1)}{x+1}$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个不同的零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 证明: $\ln x_1 + \ln x_2 + x_1 + x_2 + x_1 x_2 > 2 + a$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 并请考生务必将答题卡中所选试题的题号进行涂写.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程选讲.

在平面直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos^2 \theta + 3\rho^2 \sin^2 \theta = 12$, 点 P 的极坐标为 $(2, \pi)$, 倾斜角为 α 的直线 l 经过点 P .

(1) 写出曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的参数方程;

(2) 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲.

已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-5|$.

(1) 求不等式 $f(x) > 3$ 的解集;

(2) 若 $f(x)_{\max} = m$, 且正数 a, b 满足 $a+b=m$, 证明: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{2}{9}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线