

渭南市 2023 届高三教学质量检测 (I)

数学试题 (文科)

命题人: 张增伟 张振荣 张洁

注意事项:

1. 本试题满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答卷前务必将自己的姓名、学校、班级、准考证号填写在答题卡和答题纸上.
3. 将选择题答案填涂在答题卡上, 非选择题按照题号完成在答题纸上的指定区域内.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{-1, 1, 2, 4\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{-1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{1, 4\}$ D. $\{-1, 4\}$
2. 设复数 z 满足 $z \cdot (1 + 2i) = -3 + 4i$, 则 z 的虚部是 $(\quad)$
A. 2 B. $2i$ C. -2 D. $-2i$
3. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x = \frac{3}{2}$; 命题 $q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 4x + 5 > 0$, 则下列结论正确的是
A. 命题 $p \wedge q$ 是真命题 B. 命题 $p \wedge \neg q$ 是真命题
C. 命题 $\neg p \wedge q$ 是真命题 D. 命题 $\neg p \wedge \neg q$ 是假命题
4. 已知 $x > 1$, 则 $y = x + \frac{4}{x-1}$ 取得最小值时 x 的值为 $(\quad)$
A. 3 B. 2 C. 4 D. 5
5. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y > 2 \\ x+2y \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最大值是 $(\quad)$
A. -2 B. 4 C. 8 D. 12
6. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$, $x \in \mathbf{R}$, 则正确的是 $(\quad)$

数学试题 (文科) 第 1 页 共 6 页

考号

姓名

班级

学校

题
答
要
不
内
线
封
密

A. $-2 \leq f(x) \leq 2$

B. $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上有 1 个零点

C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π

D. $x = \frac{2}{3}\pi$ 为 $f(x)$ 图象的一条对称轴

7. 《卖油翁》中写道：“（油）自钱孔入，而钱不湿”，其技艺让人叹为观止，已知铜钱是直径为 15mm 的圆，中间有边长为 5mm 的正方形孔，若随机向铜钱滴一滴油，则油（油滴的大小忽略不计）正好落入孔中而钱不湿的概率为（ ）

A. $\frac{9}{16}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $1 - \frac{4}{9\pi}$

D. $\frac{4}{9\pi}$

8. 青花瓷，又称白地青花瓷，常简称青花，是中国瓷器的主流品种之一。如图 1，这是一个青花瓷圆盘。该圆盘中的两个圆的圆心重合，如图 2，其中大圆半径 $R=3$ ，小圆半径 $r=2$ ，点 P 在大圆上，过点 P 作小圆的切线，切点分别是 E ， F ，则 $\overline{PE} \cdot \overline{PF} =$ （ ）

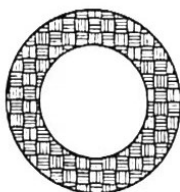


图 1

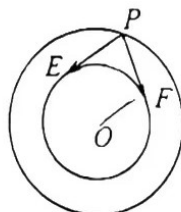


图 2

A. $\frac{4}{9}$

B. $\frac{5}{9}$

C. 4

D. 5

9. 已知函数 $f(x)$ 满足：①定义域为 $\mathbb{R}$ ，② $f(x+1)$ 为偶函数，③ $f(x+2)$ 为奇函数，④对任意的 $x_1, x_2 \in [0, 1]$ ，且 $x_1 \neq x_2$ ，都有 $(x_1 - x_2)(f(x_1) - f(x_2)) > 0$ ，则 $f\left(-\frac{7}{3}\right), f\left(\frac{2}{3}\right), f\left(\frac{11}{3}\right)$ 的大小关系是（ ）

A. $f\left(-\frac{7}{3}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{11}{3}\right)$

B. $f\left(-\frac{7}{3}\right) < f\left(\frac{11}{3}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right)$

C. $f\left(\frac{11}{3}\right) < f\left(-\frac{7}{3}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right)$

D. $f\left(\frac{11}{3}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(-\frac{7}{3}\right)$

10. 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AA_1 = 2AB = 2AC$ ，且 $AB \perp AC$ ， D, E

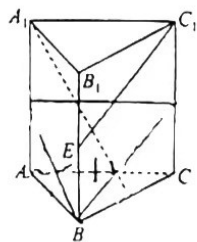
分别是棱 BC, BB_1 的中点，则异面直线 A_1D 与 C_1E 所成角的余弦值是（ ）

A. $\frac{2\sqrt{6}}{9}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{57}}{9}$

D. $\frac{\sqrt{30}}{6}$



11. 已知以圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$ 的圆心为焦点的抛物线 C_1 与圆在第一象限交于 A 点, B 点是抛物线 $C_2: x^2 = 8y$ 上任意一点, BM 与直线 $y = -2$ 垂直, 垂足为 M , 则 $|BM| - |AB|$ 的最大值为 ()

- A. 1 B. 2 C. -1 D. 8

12. 已知直线 $y = ax + b (a \in \mathbb{R}, b > 0)$ 是曲线 $f(x) = e^x$ 与曲线 $g(x) = \ln x + 2$ 的公切线. 则 $a + b$ 等于 ()

- A. $e + 2$ B. 3 C. $e + 1$ D. 2

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 2021 年受疫情影响, 国家鼓励员工在工作地过年. 某机构统计了某市 5 个地区的外来务工人员数与他们选择留在当地过年的人数占比, 得到如下的表格:

	A 区	B 区	C 区	D 区	E 区
外来务工人员数	5000	4000	3500	3000	2500
留在当地的人数占比	80%	90%	80%	80%	84%

根据这 5 个地区的数据求得留在当地过年人员数 y 与外来务工人员数 x 的经验回归方程为 $y = 0.8135x + \hat{a}$. 该市对外来务工人员选择留在当地过年的每人补贴 1000 元, 该市 F 区有 10000 名外来务工人员, 根据经验回归方程估计 F 区需要给外来务工人员中留在当地过年的人员的补贴总额为 _____ 万元. (参考数据: 取 $0.8135 \times 36 = 29.29$)

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 4, 焦点到 C 的一条渐近线的距离为 1, 则 C 的渐近线方程为 _____.

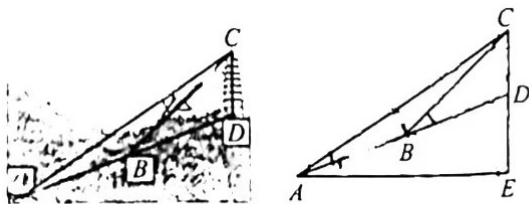
15. 宝塔山是延安的标志, 是革命圣地的象征, 也是中国革命的摇篮, 见证了中国革命的进程, 在中国老百姓的心中具有重要地位. 如图, 在宝塔山的山坡 A 处测得 $\angle CAD = 15^\circ$,

从 A 处沿山坡直线往前进 85m 到达 B 处, 在

山坡 B 处测得 $\angle CBD = 30^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$, 则

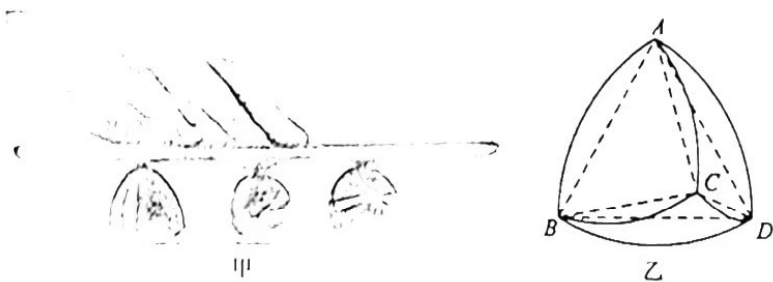
宝塔 CD 的高约为 _____ m. ($\sqrt{2} \approx 1.41$,

$\sqrt{6} \approx 2.45$, 结果取整数)





16. 勒洛四面体是一个非常神奇的“四面体”，它能在两个平行平面间自由转动，并且始终保持与两平面都接触，因此它能像球一样来回滚动（如图甲），利用这一原理，科技人员发明了转子发动机.勒洛四面体是以正四面体的四个顶点为球心，以正四面体的棱长为半径的四个球的相交部分围成的几何体，如图乙所示，若正四面体 $ABCD$ 的棱长为1，则勒洛四面体能够容纳的最大球的半径为_____；用过 A, B, C 三点的平面去截勒洛四面体，所得截面的面积为_____.



三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 ~ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_1 = 3$ ， $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是公差为 2 的等差数列

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和 T_n .

18. (12 分) 从某台机器一天产出的零件中，随机抽取 10 件作为样本，测得其质量如下（单位：克）：

10.5 9.9 9.4 10.7 10.0 9.6 10.8 10.1 9.7 9.3

记样本均值为 $\bar{x}$ ，样本标准差为 s .

(I) 求 $\bar{x}$ ， s ；

(II) 将质量在区间 $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ 内的零件定为一等品.

(i) 估计这台机器生产的零件的一等品率；

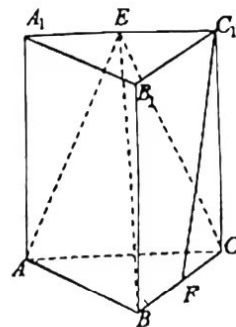
(ii) 从样本中的一等品中随机抽取 2 件, 求这两件产品质量之差的绝对值不超过 0.3 克的概率 P .

19. (12 分) 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E 为 A_1C_1 的中点, $AB=BC=2$,

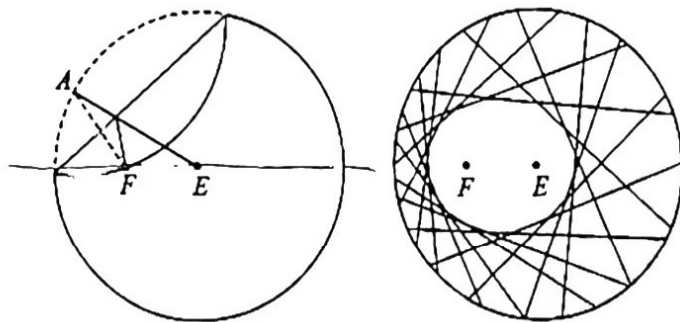
$C_1F \perp AB$,

(I) 求证: $AB \perp BC$;

(II) 若 $C_1F \parallel$ 平面 ABE , 且 $C_1F=2$, 求点 A 到平面 BCE 的距离.



20. (12 分) “工艺折纸”是一种把纸张折成各种不同形状物品的艺术活动, 在我国源远流长. 某些折纸活动蕴含丰富的数学内容, 例如: 用一张圆形纸片, 按如下步骤折纸 (如图).



步骤 1: 设圆心是 E , 在圆内异于圆心处取一点, 标记为 F ;

步骤 2: 把纸片折叠, 使圆周正好通过点 F ;

步骤 3: 把纸片展开, 并留下一道折痕;

步骤 4: 不停重复步骤 2 和 3, 就能得到越来越多的折痕.

已知这些折痕所围成的图形是一个椭圆. 若取半径为 6 的圆形纸片, 设定点 F 到圆心 E 的距离为 4, 按上述方法折纸.

(I) 以点 F, E 所在的直线为 x 轴, 建立适当的坐标系, 求折痕围成的椭圆的标准方程;

(II) 若过点 $Q(1,0)$ 且不与 y 轴垂直的直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 在 x 轴的正半轴上是否存在定点 $T(t,0)$, 使得直线 TM, TN 斜率之积为定值? 若存在, 求出该定点和定值; 若不存在, 请说明理由.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x} - \ln x (a \in \mathbf{R})$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.

(I) 求实数 a 的取值范围, 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 证明: $f(x_2) > \ln 2$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}t}{1+t^2} \\ y = \frac{2\sqrt{3}}{1+t^2} \end{cases} (t \text{ 为参数, } t \in \mathbf{R})$, 以原

点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为

$$\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = -\frac{3}{2}.$$

(I) 求曲线 C 的普通方程;

(II) 若曲线 C 与直线 l 交于 A, B 两点, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知关于 x 的不等式 $|x+1| \geq |x-2| + |t-3|$ 有解.

(I) 求实数 t 的最大值 M ;

(II) 在 (I) 的条件下, 已知 a, b, c 为正数, 且 $abc = 2\sqrt{3}M$, 求 $(a+b)^2 + c^2$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线