

2023 年高考玉林、贵港、贺州市联合调研考试

2023.01

数 学(理科)

注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 考生将自己的姓名、准考证号填写在答题卡指定位置上.
3. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚.
4. 请按题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | x - 1 \leq 1\}$, 集合 $B = \{x | x \geq -1\}$, 则 $A \cap B =$

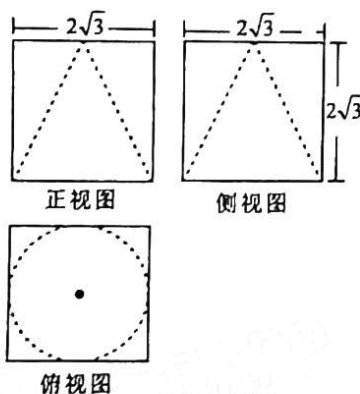
- A. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ B. $(-1, 2)$ C. $[-1, 2]$ D. \emptyset

2. 在区间 $[-2, 2]$ 内随机取一个数 x , 使得不等式 $x^2 + 2x < 0$ 成立的概率为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

3. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为

- A. $24\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\pi$
B. $24\sqrt{3} - 6\sqrt{3}\pi$
C. $24 - 2\sqrt{3}\pi$
D. $\sqrt{24} - 6\sqrt{3}\pi$



第 3 题图

4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 过 F 和 $P(0, 2b)$ 两点的直线与双曲线的一条渐近线平行, 则该双曲线的方程为

- A. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ C. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$

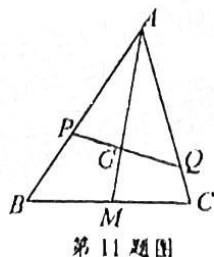
5. $(x-2)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为

- A. 40 B. -40 C. 80 D. -80

6. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$, a_3 为 $2a_2$ 与 a_6 的等比中项, 则 $\frac{a_3 + a_5}{a_1 + a_3} =$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

7. 已知函数 $f(x) = 2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos(2x - \frac{\pi}{2}) - 1$, 则下列说法正确的是
- A. $f(x)$ 的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{12}$
 B. $f(x)$ 的一个对称中心为 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$
 C. $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 上的值域为 $[-\sqrt{3}, 2]$
 D. $f(x)$ 的图象可由 $y = 2\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到
8. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过 F 的直线与抛物线交于点 A, B , 与 l 交于点 D , 若 $\overline{AF} = 3\overline{FB}$, $|DB| = 4$, 则 $p =$
- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3
9. 牛顿冷却定律描述物体在常温环境下的温度变化: 如果物体的初始温度为 T_0 , 则经过一定时间 t 分钟后的温度 T 满足 $T - T_a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}} (T_0 - T_a)$, h 称为半衰期, 其中 T_a 是环境温度. 若 $T_a = 25^\circ\text{C}$, 现有一杯 80°C 的热水降至 75°C 大约用时 1 分钟, 那么此杯热水水温从 75°C 降至 45°C 大约还需要 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.30, \lg 11 \approx 1.04$)
- A. 10 分钟 B. 9 分钟 C. 8 分钟 D. 7 分钟
10. 若函数 $y = f(x + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$ 是奇函数, 则 $f(2023) + f(-2022) =$
- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, M 为线段 BC 的中点, G 为线段 AM 上一点且 $\overline{AG} = 2\overline{GM}$, 过点 G 的直线分别交直线 AB, AC 于 P, Q 两点, $\overline{AP} = x\overline{AB} (x > 0)$, $\overline{AQ} = y\overline{AC} (y > 0)$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y+1}$ 的最小值为
- A. $\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{4}{3}$ D. 4
12. 已知 $a, b, c \in (1, +\infty)$, 且 $2e^a \ln 3 = 9a, 3e^b \ln 2 = 8b, 2e^{c-2} = c$, 则
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $c > a > b$



二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 i 为虚数单位, 若 $\frac{i}{1+i} = a + bi, (a, b \in R)$, 则 $a + b =$ _____.
14. 若钝角 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{3}, AC = 1, B = 30^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

15. 近年来,“考研热”持续升温,2022年考研报考人数官方公布数据为457万,相比于2021年增长了80万之多,增长率达到21%以上.考研人数急剧攀升原因较多,其中,本科毕业生人数增多、在职人士考研比例增大,是两大主要因素.据统计,某市各大高校近几年的考研报考总人数如下:

年份	2018	2019	2020	2021	2022	$\bar{x} =$
年份序号 x	1	2	3	4	5	
报考人数 y (万人)	1.1	1.6	2	2.5	m	

根据表中数据,可求得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.43x+0.71$, 则 m 的值为_____.

16. 已知棱长为8的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,平面 $ABCD$ 内一点 E 满足 $\overline{BE} = \frac{1}{4}\overline{CB}$, 点 P 为正方体表面一动点,且满足 $|PE| = 2\sqrt{2}$, 则动点 P 运动的轨迹周长为_____.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一) 必考题:共60分.

17. (本小题12分) 4月23日是“世界读书日”.读书可以陶冶情操,提高人的思想境界,丰富人的精神世界.为了丰富校园生活,展示学生风采,某中学在全校学生中开展了“阅读半马比赛”活动.活动要求每位学生在规定时间内阅读给定书目,并完成在线阅读检测.通过随机抽样,得到100名学生的检测得分(满分:100分)如下表:

	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
男生	2	3	5	15	18	12
女生	0	5	10	10	7	13

- (1) 若检测得分不低于70分的学生称为“阅读爱好者”,

①完成下列 2×2 列联表

	阅读爱好者	非阅读爱好者	总计
男生			
女生			
总计			

②请根据所学知识判断能否在犯错误的概率不超过0.05的前提下,认为“阅读爱好者”与性别有关;

- (2) 若检测得分不低于80分的人称为“阅读达人”.现从这100名学生中的男生“阅读达人”中,按分层抽样的方式抽取5人,再从这5人中随机抽取3人,记这三人中得分在[90,100]内的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

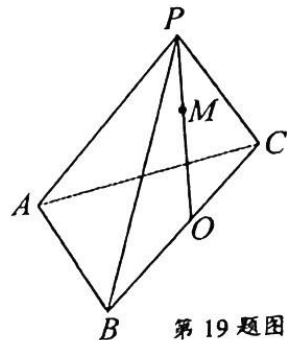
$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18. (本小题12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=1$, $S_n = a_{n+1} - 2^n$.

(1) 证明: 数列 $\left\{ \frac{S_n}{2^n} \right\}$ 为等差数列;

(2) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $(n-6)a_n \geq \lambda 2^n$, 求 λ 的最大值.

19. (本小题 12 分) 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 底面 ABC 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形, 点 P 在底面 ABC 上的射影为棱 BC 的中点 O , 且 PB 与底面 ABC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 点 M 为线段 PO 上一动点.



(1) 求证: $BC \perp AM$;

(2) 是否存在点 M , 使得二面角 $P-AB-M$ 的余弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$, 若存在, 求出点 M 的位置, 若不存在, 请说明理由.

20. (本小题 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过 $A(-2, 0), B(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) F 为椭圆 C 的右焦点, 直线 l 交椭圆 C 于 P, Q (均不与点 A 重合) 两点, 记直线 AP, AQ, l 的斜率分别为 k_1, k_2, k , 若 $k \cdot k_1 + k \cdot k_2 + 3 = 0$, 求 $\triangle FPQ$ 的周长.

21. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^{ax}}, g(x) = \ln x - ax$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 的最小值;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) + g(x) = 0$ 有两个不同的实根, 证明: $x_1 + x_2 > \frac{2}{a}$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】 (本小题 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = \sqrt{\frac{6}{\cos 2\theta + 2}}$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|AB|$.

23. 【选修 4-5: 不等式选讲】 (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2ax + a^2} + |x - 2a + 1|, a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = 3$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若对 $\forall x \in \mathbb{R}, \forall m \in (0, 6)$, 不等式 $f(x) > m\sqrt{12 - 2m}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线