

长郡中学 2022 级高一入学检测试卷

数学

时量:90 分钟

满分:100 分

得分_____

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 4 分,共 32 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.

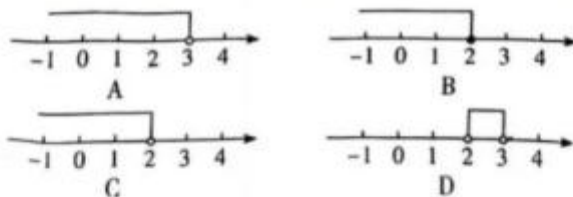
1.据国家卫健委统计,截至 6 月 2 日,我国接种新冠疫苗已超过 704000000 剂次.把 704000000 这个数用科学记数法表示为

A. 7.04×10^7 B. 7.04×10^6 C. 7.04×10^8 D. 7.04×10^9

2.下列图形中,是中心对称图形的是



3.已知点 $P(a-3, 2-a)$ 在第二象限,则 a 的取值范围在数轴上表示正确的是



4.如果外切的两圆 $e O_1$ 和 $e O_2$ 的半径分别为 2 和 4,则半径为 6,且与 $e O_1$ 和 $e O_2$ 都相切的圆有

A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7

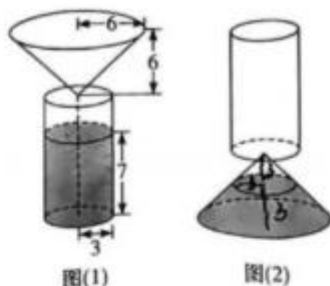
5. $x_1, x_2, \dots, x_{2022}$ 是 2022 个由 1 和 -1 组成的数, $x_1 + x_2 + \dots + x_{2022} = 202$, 则

$$(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + \dots + (x_{2022} - 1)^2 =$$

A. 2021 B. 4042 C. 3640 D. 4842

6.某餐厅为了追求时间效率,推出一种液体“沙漏”免单方案(即点单完成后,开始倒转“沙漏”,“沙漏”漏完前,客人所点的菜需全部上桌,否则该桌免费用餐).“沙漏”是由一个圆锥体和一个圆柱体相通连接而成.某次计时前如图(1)所示,已知圆锥体底面半径是 6cm,高是 6cm;圆柱体底面半径是 3cm,液体高是 7cm.计时结束后如图(2)所示,求此时“沙漏”中液体的高度为





- A. 2cm B. 3cm C. 4cm D. 5cm

7. 整数 a 使得关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax - y = 11 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$ 的解为正整数 (x, y 均为正整数), 且使得关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{4}(2x+8) \geq 7 \\ x - a < 2 \end{cases}$ 无解, 则所有满足条件的 a 的和

- A. 9 B. 16 C. 17 D. 30

8. 定义: 平面直角坐标系中, 点 $P(x, y)$ 的横坐标 x 的绝对值表示为 $|x|$, 纵坐标 y 的绝对值表示为 $|y|$, 我们把点 $P(x, y)$ 的横坐标与纵坐标的绝对值之和叫做点 $P(x, y)$ 的折线距离, 记为 $M = |x| + |y|$ (其中的“+”是四则运算中的加法). 若抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 与直线 $y = x$ 只有一个交点 M , 已知点 M 在第一象限, 且 $2 \leq M \leq 4$,

令 $t = 2b^2 - 4a + 2022$, 则 t 的取值范围为

- A. $2018 \leq t \leq 2019$
B. $2019 \leq t \leq 2020$
C. $2020 \leq t \leq 2021$
D. $2021 \leq t \leq 2022$

答题卡

答题卡	1	2	3	4	5	6	7	8
题号								

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

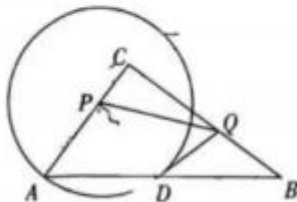
9. 2022 年 4 月 16 日上午, 神舟十三号载人飞船搭载航天员翟志刚、王亚平、叶光富安全返回内蒙古东风着陆场, 至此, 中国空间站关键技术验证阶段收官之战取得圆满成功. 为激励更多同学投身祖国的航天事业, 长沙某初中开展了航天员模拟选拔活动, 从心理素质、身体素质、科学头脑、应变能力四个方面进行考核, 每项满分均为 100 分, 最后将四项得分按照 4:3:2:1 的比例确定成绩, 小军四项所得的分数依次是 86、85、88、90 分, 那么小军的最终得分是_____分.

10. 若关于 x 的方程 $\frac{mx-1}{x-1} = 3$ 无解, 则 m 的值为_____.

11. 正比例函数 $y_1 = -2x$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图像相交于 A 、 B 两点，已知点 A

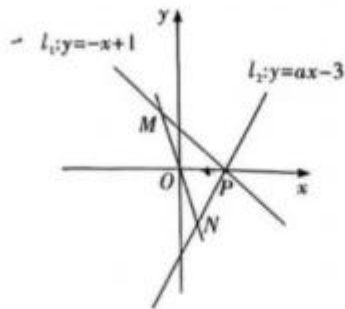
的横坐标为 1，当 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围是_____。

12. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=10$ ， $BC=8$ ， $AC=6$ ，点 P 在线段 AC 上，以 P 为圆心， PA 长为半径的圆与边 AB 相交于另一点 D ，点 Q 在直线 BC 上，且 DQ 是 OP 的切线，则 PQ 的最小值为_____。



三、解答题: 本题共 4 小题，共 52 分. 应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (10 分) 如图，在同一坐标系中，直线 $l_1: y = -x + 1$ 交 x 轴于点 P ，直线 $l_2: y = ax - 3$ 过点 P 。



(1) 求 a 的值;

(2) 点 M 、 N 分别在直线 l_1 、 l_2 上，且关于原点对称[说明: 点 $A(x, y)$ 关于原点对称的点 A' 的坐标为 $(-x, -y)$]，求点 M 、 N 的坐标和 $\triangle PMN$ 的面积。

14.(14 分)“只要人人献出一点爱,世界将变成美好的人间”某大学“利用世界献血日”,开展自愿义务献血活动,经过检测,献血者血型有:“A, B, AB, O”四种类型.随机抽取部分献血结果进行统计,根据结果制作了如下两幅不完整统计图表.

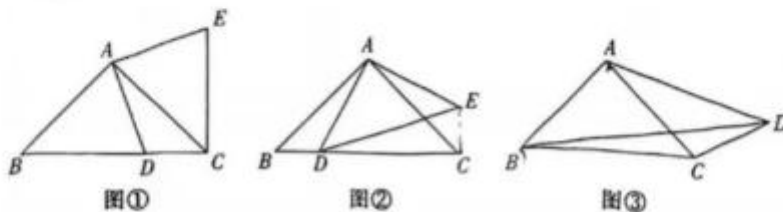


- (1)求 a 、 b 的值;
 (2)若这次活动中该校有 1200 人义务献血,估计大约有多少人是 A 型血?
 (3)现有 4 个自愿献血者,2 人为 O 型,1 人为 A 型,1 人为 B 型,若在 4 人中随机挑选 2 人,利用树状图或列表法求两人血型均为 O 型的概率.

15.(14 分)问题:如图①,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 边上一点(不与点 B , C 重合),将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 AE ,连接 EC ,试写出 BC , DC , EC 之间满足的等量关系式;

探索:如图②,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $AB=AC$, $AD=AE$,将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转,使点 D 落在 BC 边上,试探索线段 AD , BD , CD 之间满足的等量关系,并证明你的结论;

应用:如图③,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=\angle ACB=\angle ADC=45^\circ$.若 $BD=9$, $CD=3$,求 AD 的长.



16.(14 分)在平面直角坐标系中, 抛物线 $l: y = x^2 - 2mx - 2 - m (m > 0)$ 与 x 轴分别相交于 A 、 B 两点(点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴相交于点 C , 设抛物线 l 的对称轴与 x 轴相交于点 N , 且 $OC = 3ON$.

(1)求 m 的值;

(2)将抛物线 l 向上平移 3 个单位, 得到抛物线 l' , 设点 P 、 Q 是抛物线 l' 上在第一象限内不同的两点, 射线 PO 、 QO 分别交直线 $y = -2$ 于点 P' 、 Q' , 设 P' 、 Q' 的横坐标分别为 $x_{P'}$ 、 $x_{Q'}$, 且 $x_{P'} \cdot x_{Q'} = 4$, 求证: 直线 PQ 经过定点.





答案

选择题:

1.C 2.D 3.C 4.B 5.C 6.B 7.C 8.C

填空题:

9.86.510.2 或 $311.x < -1$ 或 $0 < x < 112.5$

13.解: (1) $\because$ 直线 $l_1: y = -x + 1$ 交 x 轴于点 $P \therefore P(1, 0)$

又 $\because$ 直线 $l_2: y = ax - 3$ 过点 $P \therefore 0 = a - 3, a = 3$

(2) 由 $a = 3$ 得, $l_2: y = 3x - 3$

设 $M(x, -x + 1), N(-x, x - 1)$. 又 $N(-x, x - 1)$ 在 $l_2: y = 3x - 3$ 上

$\therefore x - 1 = 3(-x) - 3 \rightarrow x = \frac{1}{2}$ 则 $M(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}), N(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$

$\therefore S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2} OP \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} OP \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

14.(1) 献血总人数: $5 \div 10\% = 50$ (人)

A 型血献血人数: $a = 50 - 10 - 5 - 23 = 12$

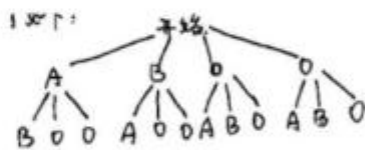
O 型血献血人数: $b = 50 \times 46\% = 23$

(2) 献血者为 A 型血的概率 $P = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$

$1200 \times \frac{6}{25} = 288$ (人)

答: 这 1200 人中大约有 288 人是 A 型血。

(3) 画树状图如下:



$\therefore P(\text{两人血型均为 O 型}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

15.解: (1) $BC = DC + EC$. 理由如下:

$\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ \therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$, 即 $\angle BAD = \angle CAE$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中, $\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases} \therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \therefore BD = CE$

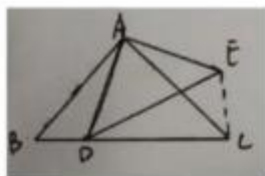
$\therefore BC = BD + CD = EC + CD$

(2) $BD^2 + CD^2 = 2AD^2$ 理由如下:

连接 CE , 由(1)得: $\triangle BAD \cong \triangle CAE \therefore BD = CE, \angle ACE = \angle B$

$\therefore \angle DCE = 90^\circ \therefore CE^2 + CD^2 = ED^2$ 在 $Rt\triangle ADE$ 中, $AD^2 + AE^2 = ED^2$, 又 $AD = AE$

$\therefore BD^2 + CD^2 = 2AD^2$



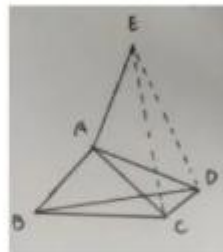
(3) 作 $AE \perp AD$, 使 $AE = AD$, 连接 CE , DE

$\because \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$ 即 $\angle BAD = \angle CAE$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中, $\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases} \therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE (SAS) \therefore BD = CE = 9$

$\because \angle ADC = 45^\circ, \angle EDA = 45^\circ \therefore \angle EDC = 90^\circ$

$\therefore DE = \sqrt{CE^2 - CD^2} = 6\sqrt{2} \because \angle DAE = 90^\circ \therefore AD = AE = \frac{\sqrt{2}}{2} DE = 6$



16. 【答案】(1) $m = 1$

(2) 点 G 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, -\frac{7}{4})$

(3) 见解析

【分析】(1) 由顶点式求得对称轴, 由 $x=0$ 处函数值求得 C 点坐标, 根据 $OC = 3ON$ 列方程求解即可;

(2) 设点 $P(x_1, x_1^2 - 2x_1)$, $Q(x_2, x_2^2 - 2x_2)$, 由原点可得直线 PO 、 QO 的解析式, 再由 $y = -2$ 可得点 Q' 、 P' 横坐标, 由 $x_P \cdot x_{Q'} = 4$ 可得 $x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 3 = 0$; 设直线 PQ 的解析式为 $y = mx + n$, 与 l 联立可得 $x^2 - (2+m)x - n = 0$, 利用根与系数的关系可得 $x_1 + x_2 = 2 + m$, $x_1 x_2 = -n$, 代入 $x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 3 = 0$ 求得 $n = -2m - 1$, 于是直线 PQ 为 $y = m(x - 2) - 1$ 经过定点 $(2, -1)$;

(1)

解：依题意得： $y = (x-m)^2 - m^2 - m - 2$ ，

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = m$ ，

$\therefore ON = |m| = m$ ，

在 $y = x^2 - 2mx - 2 - m$ 中，令 $x = 0$ ，则 $y = -2 - m$ ，

$\therefore C(0, -2 - m)$ ，

$\therefore OC = |-2 - m| = 2 + m$ ，

$\because OC = 3ON$ ，

$\therefore 2 + m = 3m$ ，解得 $m = 1$ ；

(2)

解：如图，将抛物线 l 向上平移 3 个单位后得到抛物线 l' ： $y = x^2 - 2x$ ，

$\because$ 点 P 、 Q 是抛物线 l' 上在第一象限内不同的两点，

$\therefore$ 设点 $P(x_1, x_1^2 - 2x_1)$ ， $Q(x_2, x_2^2 - 2x_2)$ ，

由 $P(x_1, x_1^2 - 2x_1)$ ， $Q(x_2, x_2^2 - 2x_2)$ 分别可求得： $y_{OP} = (x_1 - 2)x$ ， $y_{OQ} = (x_2 - 2)x$

$\because$ 点 P' 、 Q' 在直线 $y = -2$ 上，

$\therefore$ 点 $P'\left(\frac{-2}{x_1 - 2}, -2\right)$ ， $Q'\left(\frac{-2}{x_2 - 2}, -2\right)$ ，

$\because x_{P'} \cdot x_{Q'} = 4$

$\therefore \frac{-2}{x_1 - 2} \cdot \frac{-2}{x_2 - 2} = 4$ ，即 $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = 1$ ，整理得 $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 3 = 0$ ，

设直线 PQ 的解析式为 $y = mx + n$ ，与 l' 联立得：

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ y = mx + n \end{cases}, \quad x^2 - 2x = mx + n,$$

整理得 $x^2 - (2 + m)x - n = 0$ ，

由根与系数的关系可得： $x_1 + x_2 = 2 + m$ ， $x_1x_2 = -n$ ，

$\therefore x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 3 = 0$ ，



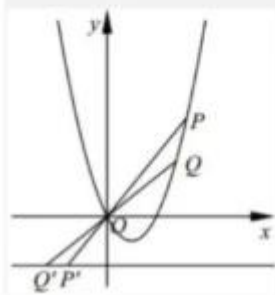
$$\therefore -n-2(2+m)+3=0,$$

$$\therefore n=-2m-1,$$

$$\therefore \text{直线 } PQ \text{ 的解析式为 } y=mx-2m-1, \quad y=m(x-2)-1,$$

$$\therefore \text{当 } x=2 \text{ 时, } y=-1,$$

$$\therefore \text{直线 } PQ \text{ 经过定点 } (2,-1);$$



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线