

绝密★启用前



# 高三数学考试(理科)

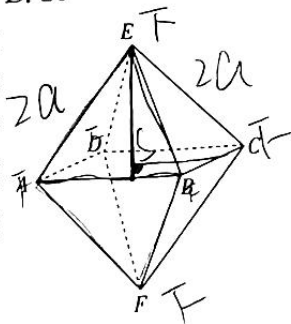
(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

## 注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

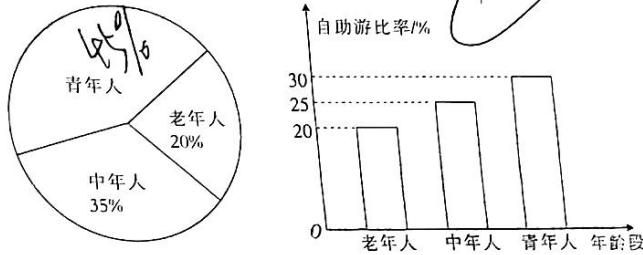
- 复数  $z=(3+i)(1-4i)$ , 则复数  $z$  的实部与虚部之和是 **B**  
A. -12                      B. -4                      C. 10                      D. 18
- 已知集合  $A=\{x|2x-1>5\}$ ,  $B=\{x|(x-a)(x-a+1)\geq 0\}$ , 若  $A\cup B=\mathbf{R}$ , 则  $a$  的取值范围是 **D**  
A.  $[4, +\infty)$                       B.  $[3, +\infty)$   
C.  $(-\infty, 4]$                       D.  $(-\infty, 3]$
- 已知向量  $a=(-3, m)$ ,  $b=(2, 3)$ , 若  $a\perp b$ , 则  $m=$  **A**  
A. -2                      B. 2                      C.  $-\frac{9}{2}$                       D.  $\frac{9}{2}$
- 如果双曲线  $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$  的离心率为  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ , 我们称该双曲线为黄金分割双曲线, 简称为黄金双曲线。现有一黄金双曲线  $C:\frac{x^2}{\sqrt{5}-1}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ , 则该黄金双曲线  $C$  的虚轴长为 **D**  
A. 2                      ~~B. 4~~                      C.  $\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$
- 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2+a_4=a_5=8$ , 则  $a_{10}=$  **C**  
A. 16                      B. 17                      C. 18                      D. 20
- 六氟化硫, 化学式为  $\text{SF}_6$ , 在常压下是一种无色、无臭、无毒、不燃的稳定气体, 有良好的绝缘性, 在电器工业方面具有广泛用途。六氟化硫分子结构为正八面体结构(正八面体是每个面都是正三角形的八面体), 如图所示, 硫原子位于正八面体的中心, 6 个氟原子分别位于正八面体的 6 个顶点。若相邻两个氟原子间的距离为  $2a$ , 则六氟化硫分子中 6 个氟原子构成的正八面体的体积是(不计氟原子的大小) **A**  
A.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$                       ~~B.  $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$~~   
C.  $4\sqrt{2}a^3$                       ~~D.  $8\sqrt{2}a^3$~~



7. 在  $(x^3 - \frac{2}{x})^7$  的展开式中,  $x^5$  项的系数是 **D**  
 A. 280                      B. -280                      C. 560                      D. -560

8. 已知函数  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + ax + 2$ , 若  $f(2) = 7$ , 则  $f(-2) =$  **A**  
 A. -7                      B. -3                      C. 3                      D. 7

9. 旅游是人们为寻求精神上的愉快感受而进行的非定居性旅行和游览过程中所发生的一切关系和现象的总和. 随着经济生活水平的不断提高, 旅游已经成为人们生活的一部分. 某地旅游部门从 2020 年到该地旅游的游客中随机抽取部分游客进行调查, 得到各年龄段游客的人数和旅游方式如图所示, 则下列结论正确的是



- A. 估计 2020 年到该地旅游的游客选择自助游的青年人的人数占总游客人数的 13.5%  
 B. 估计 2020 年到该地旅游的游客选择自助游的中年人的人数少于选择自助游的青年人人数的一半  
 C. 估计 2020 年到该地旅游的游客选择自助游的老年人和中年人的人数之和比选择自助游的青年人多  
 D. 估计 2020 年到该地旅游的游客选择自助游的比率为 25%
10. 已知函数  $f(x) = \ln x - x + a$  恰有两个零点, 则  $a$  的取值范围是 **B**  
 A.  $(-\infty, -1)$                       B.  $(-\infty, 1)$   
 C.  $(-1, +\infty)$                       D.  $(1, +\infty)$

11. 已知函数  $f(x) = 2\cos(\omega x + \frac{\pi}{3}) - 1$  ( $\omega > 0$ ), 若函数  $f(x)$  的三个相邻的零点分别为  $x_1, x_2, x_3$  ( $x_1 < x_2 < x_3$ ), 且  $|x_1 - x_2| = \lambda|x_2 - x_3|$ , 则  $\lambda =$  **D**  
 A. 5                      B. 5 或  $\frac{1}{5}$                       C. 2                      D. 2 或  $\frac{1}{2}$

12. 已知三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的 6 个顶点全部在球  $O$  的表面上,  $AB = AC, \angle BAC = 120^\circ$ . 棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的侧面积为  $8 + 4\sqrt{3}$ , 则球  $O$  表面积的最小值是 **C**  
 A.  $4\pi$                       B.  $16\pi$                       C.  $\frac{16\pi}{3}$                       D.  $\frac{32\pi}{3}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0, \\ \sin x, & x \geq 0, \end{cases}$  则  $f(f(\frac{52\pi}{3})) =$  **A**

14. 小华、小明、小李、小章去 A, B, C 三个工厂参加社会实践, 要求每个工厂都有人去, 且这都在这三个工厂实践, 则小华和小李都没去 B 工厂的概率是 **B**

15. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n = 2a_n - 2$  ( $n \in \mathbb{N}_+$ ), 则  $S_5 =$  **A**

16. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 直线  $l: x - y - 1 = 0$  与抛物线  $C$  交于 A, B 两点 (A 在  $x$  轴上方), 则  $\frac{|AF|}{|FB|} =$  **A**

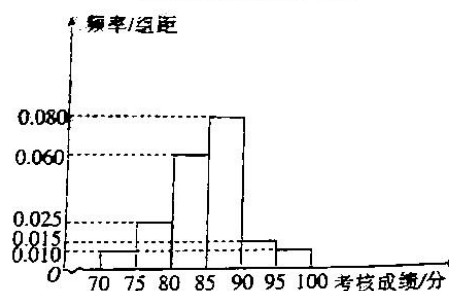
三、解答题 本大题共 4 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.17~19 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

北京冬奥会将于 2022 年 2 月 4 日至 2022 年 2 月 20 日在中华人民共和国北京市和河北省张家口市联合举行.这是中国历史上第一次举办冬季奥运会,北京、张家口同为主办城市.这是继中国举办北京奥运会、南京青奥会之后第三次举办奥运赛事.北京冬奥组委对报名参加北京冬奥会志愿者的人员开展冬奥会志愿者的培训活动,并在培训结束后进行了一次考核.为了解本次培训活动的效果,从中随机抽取 80 名志愿者的考核成绩,根据这 80 名志愿者的考核成绩,得到的统计图表如下所示.

女志愿者考核成绩频率分布表

分数	频数	频率
70	2	0.025
75	13	0.1625
80	15	0.1875
85	a	m
90	b	0.075

男志愿者考核成绩频率分布直方图



若参加这次考核的志愿者考核成绩在  $[90, 100]$  内,则考核等级为优秀.

(1) 分别求这次培训考核等级为优秀的男、女志愿者人数;

(2) 补全下面的  $2 \times 2$  列联表,并判断是否有 95% 的把握认为考核等级是否是优秀与性别有关.

	优秀	非优秀	合计
男志愿者			
女志愿者			
合计			

参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n=a+b+c+d$ .

参考数据:

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.010	0.001
$k$	2.706	3.841	6.635	10.828

22. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $(2b-c)\cos A - a\cos C = 0$ .

(1) 求角  $A$  的大小;

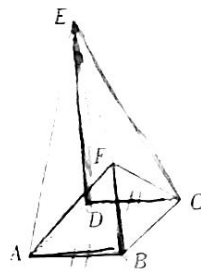
(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\triangle ABC$  外接圆面积的最小值.

19. (12分)

如图,在多面体  $ABCDEF$  中,四边形  $ABCD$  是正方形,  $DE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $BF \perp$  平面  $ABCD$ ,  $DE=2BF=2AB$ .

(1)证明:平面  $ABF \parallel$  平面  $CDE$ .

(2)求平面  $ABF$  与平面  $CEF$  所成锐二面角的余弦值.



20. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 且  $|F_1F_2| = 2$ , 点  $M(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

在椭圆  $C$  上.

(1)求椭圆  $C$  的标准方程;

(2)已知点  $P(1, t)$  为椭圆  $C$  上一点, 过点  $F_2$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  交于异于点  $P$  的  $A, B$  两点,

若  $\triangle PAB$  的面积是  $\frac{9\sqrt{2}}{7}$ , 求直线  $l$  的方程.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = xe^x - 2\ln x - x^2 + x - 2$ .

(1)求函数  $f(x)$  的图象在  $x=1$  处的切线方程.

(2)证明:  $f(x) > 0$ .

(二)选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = -1 + 2\cos \alpha \\ y = 1 + 2\sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以原点  $O$  为极

点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $2\rho \cos \theta - \rho \sin \theta + 5 = 0$ .

(1)求直线  $l$  与曲线  $C$  的普通方程;

(2)若直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 点  $P(-2, 1)$ , 求  $|PA| + |PB|$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x-2|$ .

(1)求不等式  $f(x) \geq 2x-1$  的解集;

(2)若  $f(x) \leq |x+a| + 1$ , 求  $a$  的取值范围.