上饶市2023届第二次高考模拟考试

数学（理科）试题卷

第Ⅰ卷（选择题）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A\{x|0\le x\le 1\}$，$B=\left\{y\middle|y=\left(\frac{1}{2}\right)^x,x>-1\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\varnothing$　　B．$(0,1]$　　C．$[0,2)$　　D．$[0,1]$

2．复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}^3}{1+4\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点所在象限为（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_6+a_9=a_3+4$，则 $S_{23}=$（　　）

A．92　　B．94　　C．96　　D．98

4．《九章算术》涉及算术、代数、几何等诸多领域，书中有如下问题："今有圆亭，下周三丈，上周二丈，高一丈，问积几何？"其意思为："有一个圆台，下底周长为3丈，上底周长为2丈，高为1丈，那么该圆台的体积是多少？"已知1丈等于10尺，圆周率约为3，估算出这个圆台体积约有（　　）

A．$4\frac{3}{4}$立方尺　　B．$52\frac{7}{9}$立方尺　　C．$427\frac{3}{4}$立方尺　　D．$527\frac{7}{9}$立方尺

5．中国新能源汽车出口实现跨越式突破，是国产汽车品牌实现弯道超车，打造核心竞争力的主要抓手。下表是2022年我国某新能源汽车厂前5个月的销量 y 和月份 x 的统计表，根据表中的数据可得线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+1.16$，则下列四个命题正确的个数为（　　）

月份 x	1	2	3	4	5
销量 y（万辆）	1.5	1.6	2	2.4	2.5

①变量 x 与 y 正相关；　②$\hat{b}=0.24$；　③y 与 x 的样本相关系数 $r>0$；
④2022年7月该新能源汽车厂的销量一定是3.12万辆．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

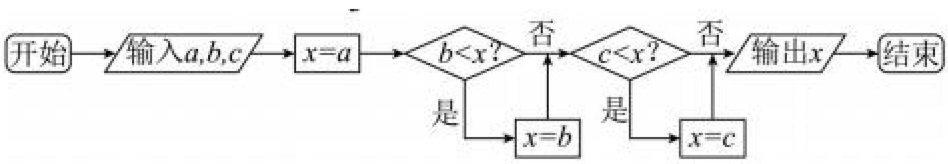
6．已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}+\vec{b}=(2,\sqrt{2})$，记向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=$（　　）

A．$-\frac{1}{4}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{3}$

7．在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C$ 的角平分线交 AB 于点 D，$\angle B=\frac{\pi}{6}$，$BC=3\sqrt{3}$，$AB=3$，则 $CD=$（　　）

A．$\frac{3\sqrt{6}}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{5}{2}$

8．已知 $a=\log_3 9$，$b=e^{0.2}$，$c=\frac{6}{5}$ 执行如图所示的程序框图，输出的值为（　　）



A．$\dfrac{11}{10}$　　B．$e^{0.2}$　　C．$\dfrac{6}{5}$　　D．$\log_3 9$

9．已知函数 $f(x)=x^3-7x^2+ax-8$ 有 3 个不同的零点分别为 x_1，x_2，x_3，且 x_1，x_2，x_3 成等比数列，则实数 a 的值为（　　）

A．11　　B．12　　C．13　　D．14

10．已知函数 $f(x)=\sin\pi\omega x+\sqrt{3}\cos\pi\omega x(\omega>0)$ 在（0,1）内恰有 4 个极值点和 3 个零点，则实数 ω 的取值范围是（　　）

A．$\left(\dfrac{8}{3},\dfrac{11}{3}\right)$　　B．$\left[\dfrac{8}{3},\dfrac{11}{3}\right)$　　C．$\left(\dfrac{19}{6},\dfrac{11}{3}\right]$　　D．$\left[\dfrac{19}{6},\dfrac{11}{3}\right)$

11．平面内到两定点距离之积为常数的点的轨迹称为卡西尼卵形线，它是 1675 年卡西尼研究土星及其卫星的运行规律时发现的，已知直角坐标系 xoy 中，M（−2,0），N（2,0），动点 P 满足 $|PM|\cdot|PN|=4$，则下列结论正确的是（　　）

A．$|PM|+|PN|$ 的取值范围是 $[4,5]$　　B．$|OP|$ 的取值范围是 $\left[0,2\sqrt{2}\right]$

C．P 点横坐标的取值范围是 $[-3,3]$　　D．$\triangle PMN$ 面积的最大值为 $\dfrac{5}{2}$

12．若曲线 $y=\ln x+1$ 与曲线 $y=x^2+x+3a$ 有公切线，则实数 a 的取值范围（　　）

A．$\left[\dfrac{2\ln 2-3}{6},\dfrac{3-\ln 2}{2}\right]$　　B．$\left[\dfrac{1-4\ln 2}{12},\dfrac{3-\ln 2}{2}\right]$

C．$\left[\dfrac{2\ln 2-3}{6},+\infty\right)$　　D．$\left[\dfrac{1-4\ln 2}{12},+\infty\right)$

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

二．填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．已知 $\left(x+\dfrac{m}{x}\right)^6$ 的展开式中常数项为 20，则实数 m 的值为______.

14．过三点 A（1,5），B（1,−1），C（4,2）的圆交 x 轴于 M，N 两点，则 $|MN|=$______.

15．已知 $\dfrac{|x|}{3}+\dfrac{|y|}{2}=1$ 上任取点 P 作圆 $x^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A，B，过 A，B 的直线与 x 轴，y 轴分别交于 M，N 两点，则 $\triangle MON$ 面积的最小值为______.

16．在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=1$，$AB=2\sqrt{2}$，$AD=4$，点 M 是矩形 $ABCD$ 内（含边界）的动点，满足 MA 等于 M 到边 CD 的距离．当三棱锥 $P-ABM$ 的体积最小时，三棱锥 $P-ABM$ 的外接球的表面积为______.

三、解答题。共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

17．已知数列$\{a_n\}$为非零数列，且满足$\left(1+\frac{1}{a_1}\right)\left(1+\frac{1}{a_2}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{a_n}\right)=2^{\frac{n(n+1)}{2}}$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；（2）求数列$\left\{\frac{n}{a_n}\right\}$的前 n 项和 S_n．

18．阳春三月，春暖花开，婺源县篁岭景区迎来了旅游高峰，某特产超市为了解游客购买特产的情况，对 2023 年 3 月期间的 100 位游客购买情况进行统计，得到如下人数分布表：

购买金额（元）	$[0,200)$	$[200,400)$	$[400,600)$	$[600,800)$	$[800,1000)$	$[1000,1200)$
人数	15	20	25	20	10	10

（1）根据以上数据完成 2×2 列联表，并判断是否有 99%的把握认为购买金额是否少于 600 元与性别有关，

	不少于 600 元	少于 600 元	合计
男	25		
女		40	
合计			

（2）为吸引游客，该超市推出两种优惠方案：方案一：每满 200 元减 40 元．

方案二：购买金额不少于 600 元可抽奖 3 次，每次中奖概率为$\frac{1}{3}$，中奖 1 次减 100 元，中奖 2 次减 150 元，中奖 3 次减 200 元．若某游客计划购买 600 元的特产，依据优惠金额的期望的大小，此游客应选择方案一还是方案二？请说明理由。

附：参考公式和数据：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

附表：

k_0	2. 072	2. 706	3. 841	6. 635
$P(K^2\ge k_0)$	0. 150	0. 100	0. 050	0. 010

19．如图，等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel DC$，$AB=\frac{1}{2}DC=2$，$\angle D=60°$，E 为 DC 中点，以 AE 为折痕把$\triangle ADE$ 折起，使得点 D 到达点 P 的位置，且二面角 $P-AE-C$ 的余弦值为$\frac{1}{3}$．

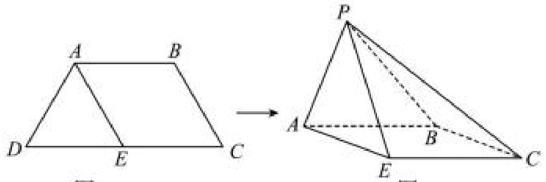
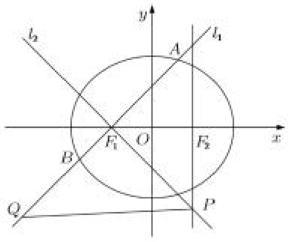


图 1　　图 2

（1）证明：$BE\perp PA$；（2）求直线 PE 与平面 PBC 所成的角．

20．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率$e=\frac{1}{2}$，点 F_1，F_2 为椭圆 C 的左、右焦点且经过点 $F_1(-c,0)$的最短弦长为 3．



（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过点 F_1 分别作两条互相垂直的直线 l_1，l_2，且 l_1 与椭圆交于不同两点 A，B，l_2 与直线 $x=c$ 交于点 P，若 $\overrightarrow{AF_1}=\lambda\overrightarrow{F_1B}$，且点 Q 满足 $\overrightarrow{QA}=\lambda\overrightarrow{QB}$，求 $|PQ|$ 的最小值.

21．已知函数 $f(x)=a(x+1)-\dfrac{x+3}{e^x}$，$x\in R$.

（1）若 $f(x)$ 是 R 上的减函数，求实数 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1，x_2，其中 $x_1<x_2$，求证：$x_2-x_1>\dfrac{2a}{e}+2$.

选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中选定一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑．按所涂题号进行评分，不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分。

[选修 4—4：坐标系与参数方程]

22．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} \\ y=2\tan\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数），将曲线 C 向上平移 1 个单位长度得到曲线 C_1．以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，设 $P\left(\sqrt{2},\dfrac{\pi}{4}\right)$.

（1）求曲线 C_1 的普通方程和点 P 的直角坐标；

（2）已知直线 l 经过点 P 与曲线 C_1 交于 A，B 两点（点 A 在点 P 上方），且 $\dfrac{1}{|PB|}-\dfrac{1}{|PA|}=\dfrac{1}{2}$，求直线 l 的普通方程.

[选修 4—5；不等式选讲]

23．已知函数 $f(x)=2|x-1|+|x-m|(x\in R)$，不等式 $f(x)<7$ 的解集为 $\left(-\dfrac{2}{3},4\right)$.

（1）求 m 的值；

（2）若三个实数 a，b，c，满足 $a+b+c=m$．证明：$(a+c)^2+(a+b+2c)^2+(2a+b+c)^2\geq 4m$