高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. A　由 $z=\frac{3+2i}{1-i}=\frac{(3+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$，所以 $\bar{z}=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$，$|\bar{z}+2i|=\left|\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i+2i\right|=\left|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 故选 A. 来源：高三答案公众号

2. C　$A=\left\{x\,\middle|\,\frac{x+1}{x-4}\leqslant 0\right\}=[-1,4)$，$U=\{y\,|\,y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}=[-1,+\infty)$，所以 $\complement_U A=[4,+\infty)$. 故选 C.

3. D　若 $l\perp\alpha$，则 $l/\!/\beta$ 或 $l\subset\beta$；若 $l/\!/\beta$，则 $l\subset\alpha$ 或 $l/\!/\alpha$ 或直线 l 与平面 α 相交. 所以“$l\perp\alpha$”是“$l/\!/\beta$”的既不充分也不必要条件. 故选 D.

4. D　根据三视图可得该几何体为一个长方体和半个圆柱结合所成，所以体积 $V=1\times1\times2+\frac{1}{2}\times\pi\times1^2\times2\times=2+\pi$. 故选 D.

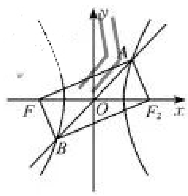
5. A　因为分层抽样的抽取比例为 $\frac{21}{3\ 000\times0.7}=\frac{1}{100}$，所以初中生中抽取的男生人数是 $\frac{2\ 000\times0.6}{100}=12$. 故选 A.

6. D　$\because\sin B=2\sin C$，$\therefore$ 由正弦定理可得 $b=2c$. 又 $\because a=2\sqrt{6}$，$\cos A=-\frac{1}{4}$，$\therefore$ 由余弦定理 $a^2=c^2+b^2-2cb\cos A$，可得 $24=c^2+b^2-2cb\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=4c^2+c^2+\frac{1}{2}\times2c^2$，解得 $c=2$，故 $b=2c=4$. 故选 D.

7. A　线段 AF：$y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}\ (0\leqslant x\leqslant1)$，联立方程组 $\begin{cases}y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}\ (0\leqslant x\leqslant1),\\ y^2=4x,\end{cases}$ 解得 $M\left(\frac{1}{3},-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$，所以 $|MF|=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$. 故选 A.

8. C　若 $n=5$，执行程序框图，$n=16,i=2$；$n=8,i=3$；$n=4,i=4$；$n=2,i=5$；$n=1,i=6$，结束循环，输出 $i=6$；$n=32$ 时，执行程序框图，$n=16,i=2$；$n=8,i=3$；$n=4,i=4$；$n=2,i=5$；$n=1,i=6$，结束循环，输出 $i=6$. 又 $n=1$ 时，输出 $i=3$，不合题意，所以 $n=5$ 或 $n=32$. 故选 C.

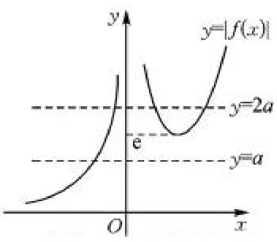
9. C　如图，设 C 的右焦点为 F_2，连接 AF_2，BF_2，因为 $|AB|=2|OF|$，所以 $AF\perp BF$，由图形的对称性知 $AFBF_2$ 为矩形，则有 $|AF|-|AF_2|=2a$，$|AF|\cdot|AF_2|=8a^2$，所以 $|AF|=4a$，$|AF_2|=2a$，在 $\mathrm{Rt}\triangle AFF_2$ 中，$(4a)^2+(2a)^2=(2c)^2$，解得 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$. 故选 C.



10. B　$\because f(-x)=|\ln(\sqrt{x^2+1}+x)|=\left|\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}\right|=f(x)$，$\therefore a=f(\log_3 0.2)=f(-\log_3 5)=f(\log_3 5)$，$c=f(3^{1.1})$，当 $x>0$ 时，$f(x)=\left|\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right|=-\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ 为增函数，且 $3^{-0.2}<1<\log_3 5<2<3^{1.1}$，故 $f(3^{1.1})>f(\log_3 5)>f(3^{-0.2})$，即 $c>a>b$. 故选 B.

11. A　$f(x)=\sin\omega x(\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x)=\frac{1-\cos2\omega x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2\omega x=\sin\left(2\omega x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$，$f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 在 $(0,\pi)$ 上有 3 个不同交点，即方程 $\sin\left(2\omega x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ 在 $(0,\pi)$ 上有 3 个实根，由 $x\in(0,\pi)$ 得 $2\omega x-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},2\omega\pi-\frac{\pi}{6}\right)$，所以 $\frac{13\pi}{6}<2\omega\pi-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{17\pi}{6}$，解得 $\frac{7}{6}<\omega\leqslant\frac{3}{2}$. 故选 A.

12. B　令 $t=|f(x)|$，则问题转化为方程 $t^2-3at+2a^2=0$ 有两个不等的实数根，即 $t=|f(x)|=a$ 和 $t=|f(x)|=2a$，因 $f'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$，故当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}$ 单调递增；当 $x<1$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}$ 单调递减. 所以函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}$ 在 $x=1$ 处取最小值 $f(x)_{\min}=e$. 结合函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}$ 的图象可知，当 $2a>e$ 且 $0<a$



$<e$，即$\frac{e}{2}<a<e$时，方程$f^2(x)+2a^2=3a|f(x)|$有且仅有4个实数根. 故选B.

13. $\frac{1}{3}$　因为$\boldsymbol{a}=(-1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,m)$，所以$\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=(2,1+3m)$，由$(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$，得$-2+1+3m=0$，解得$m=\frac{1}{3}$.

14. $-\frac{3}{5}$　由$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{3}$，得$\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=-\frac{1}{3}$，解得$\tan\alpha=-2$. 所以$\sin 2\alpha+\cos^2\alpha=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{2\tan\alpha+1}{1+\tan^2\alpha}=-\frac{3}{5}$. 来源：高三答案公众号

15. $\frac{7\sqrt{2}}{4}$　由题意知，曲线$y=x^2-3\ln x$在点P的切线与直线$2x+2y+3=0$平行时，点P到直线$2x+2y+3=0$的距离最小. 设$P(x_0,y_0)$，则$y'=2x-\frac{3}{x}$，则$2x_0-\frac{3}{x_0}=-1$，解得$x_0=1$，所以$P(1,1)$，点P到直线$2x+2y+3=0$的距离$d=\frac{|2+2+3|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\frac{7\sqrt{2}}{4}$.

16. $\frac{\pi}{4}$　设三棱锥$P-ABC$的外接球的半径为R，则$4\pi R^2=\frac{25}{3}\pi$，得$R^2=\frac{25}{12}$. 设$\triangle ABC$的外接圆的半径为r，则$2r=\frac{2}{\sin\frac{\pi}{3}}$，解得$r=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. 所以$R^2=r^2+\left(\frac{PA}{2}\right)^2$，解得$PA=\sqrt{3}$. 因为$PA\perp$平面$ABC$，所以直线$PD$与平面$ABC$所成角是$\angle PDA$，$\tan\angle PDA=\frac{PA}{AD}=1$，又$\angle PDA\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，所以$\angle PDA=\frac{\pi}{4}$.

17. 解：(1)由$S_n=\frac{3}{2}a_n-\frac{1}{2}a_1$，得$2S_n=3a_n-a_1$. ………………………… 2分

由$\begin{cases}2S_n=3a_n-a_1,\\2S_{n-1}=3a_{n-1}-a_1(n\geq 2),\end{cases}$作差得$a_n=3a_{n-1}(n\geq 2)$. ………………………… 4分

又a_1-1，$2a_2$，a_3+7成等差数列，所以$4a_2=a_1-1+a_3+7$，

即$12a_1=a_1-1+9a_1+7$，解得$a_1=3$. ………………………… 6分

所以数列$\{a_n\}$是以3为首项、公比为3的等比数列，即$a_n=3^n$. ………………………… 8分

(2)由$b_n=\log_3 a_n=\log_3 3^n=n$，得$\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$， ………………………… 10分

于是$T_n=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$. ………………………… 12分

18. 解：(1)由题意知$(0.005\,0+0.010\,0+0.015\,0+m+0.007\,5)\times 20=1$，………………………… 2分

解得$m=0.012\,5$. ………………………… 3分

$\bar{x}=10\times 0.1+30\times 0.2+50\times 0.3+70\times 0.25+90\times 0.15=53$(分)，

所以估计这100名学生的成绩的平均数是53分. ………………………… 5分

(2)由频率分布直方图可得分数在$[60,80)$之间的学生人数为$0.012\,5\times 20\times 100=25$(名)，在$[80,100]$之间的学生人数为$0.007\,5\times 20\times 100=15$(名)，所以低于60分的学生人数为$100-15-25=60$(名). ………………………… 6分

所以2×2列联表如下：

	理科方向	文科方向	总计
男	40	15	55
女	20	25	45
总计	60	40	100

………………………… 8分

所以$K^2=\frac{100\times(40\times 25-15\times 20)^2}{60\times 40\times 55\times 45}\approx 8.249>7.879$，………………………… 10分

所以有99.5%的把握认为是否为"文科方向"与性别有关. ………………………… 12分

19. (1)证明：因为$\angle DAB=90°$，所以$DA\perp AB$，又$AD\perp PB$，$PB\cap AB=B$，$PB,AB\subset$平面PAB，

所以$DA\perp$平面PAB. …………………………

又 $DA\subset$ 平面 $ABCD$,所以平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$. ………………………… 5 分

(2)解:取线段 AB 的中点 E,连接 PE,DE.

因为 $\triangle PAB$ 是等边三角形,点 E 是线段 AB 的中点,$AB=2$,所以 $PE\perp AB$,$PE=\sqrt{3}$. ………………………… 6 分

由(1)知平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$,又平面 $PAB\cap$ 平面 $ABCD=AB$,$PE\subset$ 平面 PAB,所以 $PE\perp$ 平面 $ABCD$. 即 PE 是三棱锥 $P-BCD$ 的高. 来源:高三答案公众号 ………………………… 8 分

又 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times1\times2=1$,所以 $V_{P-BCD}=\frac{1}{3}\cdot PE\cdot S_{\triangle BCD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 9 分

因为 $PE\perp$ 平面 $ABCD$,$DE\subset$ 平面 $ABCD$,所以 $PE\perp DE$,所以 $PD=\sqrt{PE^2+DE^2}=2\sqrt{2}$.

在 $\triangle PBD$ 中,$BD=2\sqrt{2}$,$PB=2$,$PD=2\sqrt{2}$,由余弦定理得 $\cos\angle PDB=\frac{PD^2+DB^2-PB^2}{2\cdot PD\cdot DB}=\frac{3}{4}$,

所以 $\sin\angle PDB=\sqrt{1-\cos^2\angle PDB}=\frac{\sqrt{7}}{4}$,所以 $S_{\triangle PBD}=\frac{1}{2}\cdot BD\cdot PD\cdot\sin\angle PDB=\sqrt{7}$. ………………………… 10 分

设点 C 到平面 PBD 的距离是 h,所以 $V_{C-PBD}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle PBD}\cdot h=\frac{1}{3}\times\sqrt{7}h=V_{P-BCD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, ………………………… 11 分

解得 $h=\frac{\sqrt{21}}{7}$,即点 C 到平面 PBD 的距离是 $\frac{\sqrt{21}}{7}$. ………………………… 12 分

20. 解:(1)因为 $\triangle F_2MN$ 的周长为 $4\sqrt{2}$,所以 $4a=4\sqrt{2}$,即 $a=\sqrt{2}$. ………………………… 2 分

由直线 MF_1 的斜率为 1,得 $\frac{b}{c}=1$, ………………………… 3 分

因为 $a^2=b^2+c^2$,所以 $b=1$,$c=1$. ………………………… 4 分

所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ………………………… 5 分

(2)由题可得直线 MF_1 方程为 $y=x+1$,联立 $\begin{cases}y=x+1,\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$ 得 $N(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3})$,

所以 $\frac{|NF_1|}{|MF_1|}=\frac{1}{3}$. ………………………… 7 分

因为 $S_{\triangle QF_1N}=\frac{2}{3}S_{\triangle PF_1M}$,即 $\frac{1}{2}|NF_1|\cdot|QF_1|\sin\angle QF_1N=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}|MF_1|\cdot|PF_1|\sin\angle PF_1M$,

所以 $|QF_1|=2|PF_1|$. ………………………… 8 分

当直线 l 的斜率为 0 时,不符合题意,

故设直线 l 的方程为 $x=my-1$,$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,由点 P 在点 Q 的上方,则 $y_2=-2y_1$.

联立 $\begin{cases}x=my-1,\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$ 得 $(m^2+2)y^2-2my-1=0$,所以 $\begin{cases}y_1+y_2=\frac{2m}{m^2+2},\\ y_1y_2=\frac{-1}{m^2+2},\end{cases}$ ………………………… 10 分

消去 y_2 得 $\begin{cases}y_1=\frac{-2m}{m^2+2},\\ 2y_1^2=\frac{1}{m^2+2},\end{cases}$ 所以 $\frac{8m^2}{(m^2+2)^2}=\frac{1}{m^2+2}$,得 $m^2=\frac{2}{7}$,$m=\pm\frac{\sqrt{14}}{7}$,

又由画图可知 $m=\frac{\sqrt{14}}{7}$ 不符合题意,所以 $m=-\frac{\sqrt{14}}{7}$. ………………………… 11 分

故直线 l 的斜率为 $\frac{1}{m}=-\frac{\sqrt{14}}{2}$. ………………………… 12 分

21. 解:(1)由题意,知 $g(x)=af(x)+e^x=axe^x+e^x$,$\therefore g'(x)=(ax+a+1)e^x$.

①若 $a=0$ 时,$g'(x)=e^x$,$g'(x)>0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立,所以函数 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增;

………………………… 2 分

②若 $a>0$ 时,当 $x>-\frac{a+1}{a}$ 时,$g'(x)>0$,函数 $g(x)$ 单调递增,

当 $x<-\frac{a+1}{a}$ 时，$g'(x)<0$，函数 $g(x)$ 单调递减；…………………………………………………… 4 分

③若 $a<0$ 时，当 $x>-\frac{a+1}{a}$ 时，$g'(x)<0$，函数 $g(x)$ 单调递减，

当 $x<-\frac{a+1}{a}$ 时，$g'(x)>0$，函数 $g(x)$ 单调递增.

综上，若 $a=0$ 时，$g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增；

若 $a>0$ 时，函数 $g(x)$ 在 $\left(-\infty,-\frac{a+1}{a}\right)$ 内单调递减，在区间 $\left(-\frac{a+1}{a},+\infty\right)$ 内单调递增；

当 $a<0$ 时，函数 $g(x)$ 在区间 $\left(-\infty,-\frac{a+1}{a}\right)$ 内单调递增，在区间 $\left(-\frac{a+1}{a},+\infty\right)$ 内单调递减. ………………… 6 分

(2)由题可知，原命题等价于方程 $xe^x=x+2$ 在 $x\in[m,m+1]$ 上有解，

由于 $e^x>0$，所以 $x=0$ 不是方程的解，

所以原方程等价于 $e^x-\frac{2}{x}-1=0$，令 $r(x)=e^x-\frac{2}{x}-1$，…………………………………………………… 8 分

因为 $r'(x)=e^x+\frac{2}{x^2}>0$ 对于 $x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 恒成立，

所以 $r(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 内单调递增. …………………………………………………… 10 分

又 $r(1)=e-3<0$，$r(2)=e^2-2>0$，$r(-3)=\frac{1}{e^3}-\frac{1}{3}<0$，$r(-2)=\frac{1}{e^2}>0$，

所以直线 $y=x+2$ 与曲线 $y=f(x)$ 的交点仅有两个，

且两交点的横坐标分别在区间 $[1,2]$ 和 $[-3,-2]$ 内，

所以整数 m 的所有值为 $-3,1$. …………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\alpha,\\ y=2+\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），

所以 C 的普通方程是 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$. …………………………………………………… 3 分

(2)由题意，切线的斜率一定存在，设切线方程为 $y-2=k(x+1)$，即 $kx-y+k+2=0$，

所以 $\frac{|k-2+k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，…………………………………………………… 6 分

解得 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$. …………………………………………………… 7 分

所以切线方程是 $\sqrt{3}x-3y+\sqrt{3}+6=0$ 或 $\sqrt{3}x+3y+\sqrt{3}-6=0$，…………………………………… 8 分

将 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入，得 $\sqrt{3}\rho\cos\theta-3\rho\sin\theta+\sqrt{3}+6=0$ 或 $\sqrt{3}\rho\cos\theta+3\rho\sin\theta+\sqrt{3}-6=0$，

化简得 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}-\sqrt{3}$ 或 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}-\frac{1}{2}$. ………………………………… 10 分

23. 解：(1)若 $a=2$，$f(x)=|x+2|+|x-2|$. …………………………………………………… 1 分

当 $x\leqslant-2$ 时，$f(x)=-x-2+2-x=-2x\geqslant9$，解得 $x\leqslant-\frac{9}{2}$，所以 $x\leqslant-\frac{9}{2}$；…………………… 2 分

当 $-2<x<2$ 时，$f(x)=x+2+2-x=4$，无解；…………………………………………………… 3 分

当 $x\geqslant2$ 时，$f(x)=x+2+x-2=2x\geqslant9$，解得 $x\geqslant\frac{9}{2}$，所以 $x\geqslant\frac{9}{2}$. ………………………… 4 分

综上，不等式 $f(x)\geqslant9$ 的解集是 $\left(-\infty,-\frac{9}{2}\right]\cup\left[\frac{9}{2},+\infty\right)$. ……………………………… 5 分

(2)因为 $f(x)=|x+a|+|x-a|\geqslant|(x+a)-(x-a)|=2|a|$，…………………………………… 6 分

若 $\forall x\in\mathbf{R}$，不等式 $f(x)\geqslant a^2-2a$ 恒成立，只需 $2|a|\geqslant a^2-2a$. ……………………………… 7 分

当 $a\geqslant0$ 时，$2a\geqslant a^2-2a$，解得 $0\leqslant a\leqslant4$；…………………………………………………… 8 分

当 $a<0$ 时，$-2a\geqslant a^2-2a$，此时满足条件的 a 不存在. …………………………………………… 9 分

综上，实数 a 的取值范围是 $[0,4]$. …………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。