贵州省2022年普通高等学校招生适应性测试

理科数学参考答案及评分标准

一、选择题（每小题5分，共60分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	D	B	C	C	D	B	D	C	B	A

二、填空题（每小题5分，共20分）

13. -160　14. $\dfrac{2}{3}$　15. $(-1,\sqrt{3})$　16. 1.26；$\dfrac{4^n}{3^{n-1}}$

三、解答题

17. （12分）解：

（1）因为 $\angle ADB=90^\circ+C$，　……………2分

所以 $\cos\angle ADB=\cos(90^\circ+C)=-\sin C$，

故 $\cos\angle ADB+\sin C=0$；　……………5分

（2）选① $\sin\angle ABC=\dfrac{3\sqrt{21}}{14}$，

因为 $\angle ABC>90^\circ$，

所以 $\cos\angle ABC=-\sqrt{1-\sin^2\angle ABC}=-\dfrac{\sqrt{7}}{14}$，　……………6分

在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理可得

$$AC=\sqrt{28+4-2\times2\sqrt{7}\times2\times\left(-\frac{\sqrt{7}}{14}\right)}=6,$$

由正弦定理可得

$$\frac{2\sqrt{7}}{\sin C}=\frac{6}{\frac{3\sqrt{21}}{14}},$$

所以 $\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故　$C=60^\circ$，　………10分

在 $\mathrm{Rt}\triangle CBD$ 中，因为 $BC=2$，所以 $BD=2\sqrt{3}$．

又 $\sin\angle ABD=\sin(\angle ABC-90^\circ)=-\cos\angle ABC=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$.

所以 $S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\times BD\times\sin\angle ABD=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{7}\times2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{7}}{14}=\sqrt{3}$. ……………12 分

选② $AC=3AD$,

设 $AD=x$,则$DC=2x$,在$Rt\triangle CBD$中,$BD=2\sqrt{x^2-1}$, ……………6 分

由(1)$\cos\angle ADB+\sin C=0$得

$$\frac{x^2+4x^2-4-28}{2x\times2\sqrt{x^2-1}}+\frac{2\sqrt{x^2-1}}{2x}=0,$$

解得 $x=2$,即 $AD=2, BD=2\sqrt{3}, CD=4$ $Rt\triangle CBD$中,则$\angle C=60^\circ$, ……10 分

故 $\angle ADB=150^\circ$.

所以 $S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}\times AD\times BD\times\sin\angle ADB=\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$. ……………12 分

18.(12 分)解:

(1)连接 BD, EH,FG,

因为 E, H 分别是棱 BB_1, DD_1 的中点,

所以 $EH // BD$.

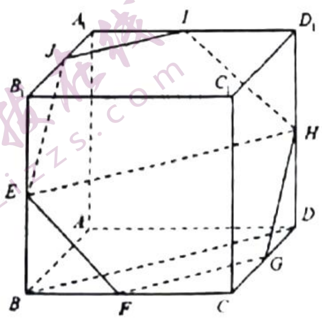
又因为 F,G 分别是棱 BC, CD 的中点

所以 $FG // BD$.

故 $EH // FG$,

所以 E, F, G, H 四点共面. ……………4 分

交线如图(多边形 $EFGHIJ$)所示. ……………6 分



（2）以 A 为坐标原点，以 $\overrightarrow{AB}$ 的方向为 x 轴正方向建立如图所示空间直角坐标系 $A-xyz$，

设正方体的棱长为 2，则 $E(2,0,1),F(2,1,0),G(1,2,0),\overrightarrow{EF}=(0,1,-1),\overrightarrow{EG}=(-1,2,-1)$，设平面 α 的法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$，

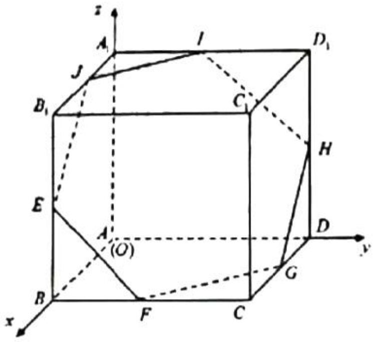
$\begin{cases}\overrightarrow{EF}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{EG}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}y-z=0\\ -x+2y=0\end{cases}$，可取 $\overrightarrow{n_1}=(1,1,1)$． ……………8 分

又平面 BCC_1B_1 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(1,0,0)$，

所以 $\cos\theta_1=\left|\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}\right|=\left|\dfrac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{1}}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$． ……………10 分

因为平面 α 与正方体六个面所成的角都相等，

所以，$\sum\limits_{i=1}^{6}\cos\theta_i=6\cos\theta_1=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$． ……………12 分



19.（12 分）解：

（1）依题意，$4(a+0.0750+0.0750+0.0250+0.0125+0.0125)=1$，解得 $a=0.0500$

……………3 分

（2）用每个年龄区间的中点值作为本区间的年龄值，

由图 2 可知：年龄区间为 $[16,20),[20,24),[24,28),[28,32),[32,36),[36,40]$ 的频率分别为 $0.1,0.3,0.2,0.2,0.1,0.1$ ……………4 分

所以参赛男运动员的平均年龄估值为：

$18\times0.1+22\times0.3+26\times0.2+30\times0.2+34\times0.1+38\times0.1=26.8$

即男运动员的平均年龄估值为 26.8 周岁． ……………7 分

(3) 由图1可知，年龄区间为$[16,20)$周岁的女运动员有$0.05\times4\times100=20$人，

年龄区间为$[20,24)$周岁的女运动员有$0.0750\times4\times100=30$人，

由图2可知：年龄区间为$[16,20)$和$[20,24)$周岁的男运动员分别有10人和30人，

用分层抽样女运动员年龄在区间$[16,20)$和$[20,24)$应分别抽取2人与3人，

男运动员年龄在区间$[16,20)$和$[20,24)$应分别抽取1人和3人.

所以抽取的9人中年龄在区间$[16,20)$的有3人，在$[20,24)$的有6人，…………8分

X的取值为0,1,2,3

$P(X=0)=\dfrac{C_3^0C_6^1}{C_9^3}=\dfrac{5}{21}$，$P(X=1)=\dfrac{C_3^1C_6^2}{C_9^3}=\dfrac{15}{28}$，……………10分

$P(X=2)=\dfrac{C_3^2C_6^1}{C_9^3}=\dfrac{3}{14}$，$P(X=3)=\dfrac{C_3^3C_6^0}{C_9^3}=\dfrac{1}{84}$.

分布列为：

P	0	1	2	3
X	$\frac{5}{21}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{84}$

$E(X)=0\times\dfrac{5}{21}+1\times\dfrac{15}{28}+2\times\dfrac{3}{14}+3\times\dfrac{1}{84}=1$. ……………12分

20. (12分) 解：

(1) 由题可得 $a^2+b^2=3$ ①

由于 $PF\perp x$ 轴，可得 $P(c,\dfrac{b^2}{a})$，

因为 $AB\parallel OP$

所以 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{b^2}{ac}$ ② ……………3分

$b^2+c^2=a^2$ ③

由①②③解得：$a=\sqrt{2},b=1$

所以，C的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………5分

（2）设直线 $l: x = my+1$，代入 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 得 $(m^2+2)y^2+2my-1=0$，

设 $M(x_1,y_1), N(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=\frac{-2m}{m^2+2}, y_1y_2=\frac{-1}{m^2+2}$，……………7 分

设定点 $Q(x_0,y_0)$，

$\overrightarrow{QM}=(my_1+1-x_0, y_1-y_0), \overrightarrow{QN}=(my_2+1-x_0, y_2-y_0)$

$$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=(m^2+1)y_1y_2+[m(1-x_0)-y_0](y_1+y_2)+(1-x_0)^2+y_0^2$$

$$=(m^2+1)\times\frac{-1}{m^2+2}+[m(1-x_0)-y_0]\times\frac{-2m}{m^2+2}+(1-x_0)^2+y_0^2$$

$$=\frac{(-3+2x_0)m^2+2y_0m-1}{m^2+2}+(1-x_0)^2+y_0^2$$

……………8 分

要使 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$ 是定值，则

$$\begin{cases}2y_0=0\\ \frac{-3+2x_0}{1}=\frac{-1}{2}\end{cases}，解得 \begin{cases}y_0=0\\ x_0=\frac{5}{4}\end{cases}$$

此时 $Q\left(\frac{5}{4},0\right)$，$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=-\frac{1}{2}+\left(1-\frac{5}{4}\right)^2=-\frac{7}{16}$. ……………10 分

当直线 l 与 x 轴重合时，$M(-\sqrt{2},0), N(\sqrt{2},0)$，

$\overrightarrow{QM}=\left(-\sqrt{2}-\frac{5}{4},0\right)$ $\overrightarrow{QN}=\left(\sqrt{2}-\frac{5}{4},0\right)$ 则 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=-\frac{7}{16}$.

综上所述，坐标系平面上存在定点 $Q\left(\frac{5}{4},0\right)$，使得 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$ 为定值 $-\frac{7}{16}$. ……12 分

21.（12 分）解：

（1）$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=\ln x$. ……………2 分

当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)<0$，$x\in(1,\ +\infty)$ 时，$f'(x)>0$，

故 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,\ +\infty)$ 上单调递增.

所以 $f(x)_{\min}=f(1)=-1$. ……………4 分

（2）$g'(x)=\frac{a}{x}-2x=\frac{a-2x^2}{x}$（$x>0$），

当$a\leqslant 0$时，$g'(x)<0$，$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，

此时存在$x_0\in(0,1)$，使得$g(x_0)>g(1)=0$，与题设矛盾．

当$a>0$时，$x\in\left(0,\sqrt{\frac{a}{2}}\right)$，$g'(x)>0$，$x\in\left(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty\right)$时，$g'(x)<0$，

故$g(x)$在$(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$上单调递增，在$(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty)$上单调递减，

所以$g(x)_{\max}=g(\sqrt{\frac{a}{2}})=a\ln\sqrt{\frac{a}{2}}-\frac{a}{2}+1=\frac{a}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{a}{2}+1$． …………6分

要使$g(x)\leqslant 0$在$(0,+\infty)$恒成立，则$g(x)_{\max}\leqslant 0$，即$\frac{a}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{a}{2}+1\leqslant 0$，

又由（1）知$f(x)=x\ln x-x\geqslant -1$即$x\ln x-x+1\geqslant 0$，（当且仅当$x=1$时，等号成立），

令$x=\frac{a}{2}$有$\frac{a}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{a}{2}+1\geqslant 0$，故$\frac{a}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{a}{2}+1=0$且$\frac{a}{2}=1$，

所以$a=2$． ……………8分

（3）由（1）知$f(x)=x\ln\frac{x}{e}=x\ln x-x\geqslant -1$（当且仅当$x=1$时等号成立）．

令$x=\frac{1+t}{t}(t>0)$，则$x>1$，故$\frac{1+t}{t}\ln\frac{1+t}{t}-\frac{1+t}{t}>-1$，即$\ln(\frac{1+t}{t})^{1+t}>1$，

所以$(\frac{1+t}{t})^{1+t}>e$．

令$t=2022$，则$(\frac{2023}{2022})^{2023}>e$；

由（2）知$2\ln x\leqslant x^2-1$在$(0,+\infty)$上恒成立，

所以$\ln x^2\leqslant x^2-1$（当且仅当$x=1$时等号成立）．

令$x^2=\frac{1+m}{m}(m>0)$，则$x^2>1$，故$\ln\frac{1+m}{m}<\frac{1+m}{m}-1$，即$\ln(\frac{1+m}{m})^m<1$，

所以$(\frac{1+m}{m})^m<e$．

令$m=2022$，则$(\frac{2023}{2022})^{2022}<e$，

综上，$(\frac{2023}{2022})^{2022}<e<(\frac{2023}{2022})^{2023}$． ……………12分

22. 解：

（1）因为曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=3\cos t \\ y=3\sin t \end{cases}$（$t$ 为参数，且 $0\leqslant t\leqslant\pi$），

所以 C_1 的普通方程为 $x^2+y^2=9(0\leqslant y\leqslant3)$，

又因为曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{144}{9+7\cos^2\theta}$（$\pi\leqslant\theta\leqslant2\pi$），

即 $9\rho^2+7\rho^2\cos^2\theta=144$.

因为 $\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\theta$，

所以 C_2 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1(-4\leqslant y\leqslant0)$. ……………5 分

（2）由 $A\in C_1$，$B\in C_2$ 及 $OA\perp OB$ 可得 $|OA|=3$，$S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}|OA||OB|=\dfrac{3}{2}|OB|$，

又 $B\in C_2$，由图可知 B 在 C_2 的下顶点 $B(-4,0)$ 时，$(S_{\triangle OAB})_{\max}=\dfrac{3}{2}\times4=6$.

此时 $A(\pm3,0)$，直线 AB 的方程为 $4x+3y+12=0$ 或 $4x-3y-12=0$，根据对称性，

只需求点 P 到其中一条直线的最大距离，因为曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=3\cos t \\ y=3\sin t \end{cases}$（$t$ 为参数，且 $0\leqslant t\leqslant\pi$），$P\in C_1$，故可设 $P(3\cos t,3\sin t)$，$0\leqslant t\leqslant\pi$，不妨取直线 AB 方程为：$4x+3y+12=0$，

P 到直线 AB 距离 $d=\dfrac{|12\cos t+9\sin t+12|}{5}=\dfrac{|15\sin(t+\varphi)+12|}{5}$，

（其中 $\sin\varphi=\dfrac{4}{5},\cos\varphi=\dfrac{3}{5}$）

因为 $\varphi\leqslant t+\varphi\leqslant\pi+\varphi$

所以当 $\sin(t+\varphi)=1$ 时，$d_{\max}=\dfrac{27}{5}$. ……………10 分

23. 解：

（1）要使 $f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}-\frac{1}{2}$ 有意义得

$\begin{cases}x-1\geq 0\\3-x\geq 0\end{cases}$，解得 $1\leq x\leq 3$，所以 $D=\{x|1\leq x\leq 3\}$，

由柯西不等式，得

$$f(x)=\sqrt{x-1}\cdot 1+\sqrt{3-x}\cdot 1-\frac{1}{2}\leq\sqrt{[(\sqrt{x-1})^2+(\sqrt{3-x})^2](1^2+1^2)}-\frac{1}{2}=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2},$$

当且仅当 $\frac{x-1}{1}=\frac{3-x}{1}$，即 $x=2\in D$，

所以，当 $x=2$ 时，$m=f(2)=\frac{3}{2}$. ……………5 分

（2）令 $b+c=x$，$c+a=y$，$a+b=z$

因为 a，b，c 是正实数，所以 x，y，z 是正实数

则 $a=\frac{y+z-x}{2}$，$b=\frac{x+z-y}{2}$，$c=\frac{x+y-z}{2}$.

$$\text{所以 } g(a,\ b,\ c)=\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=\frac{y+z-x}{2x}+\frac{x+z-y}{2y}+\frac{x+y-z}{2z}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{y}{x}+\frac{z}{x}+\frac{x}{y}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}-3\right)$$

$$\geqslant\frac{1}{2}\left(2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{x}{y}}+2\sqrt{\frac{z}{y}\cdot\frac{y}{z}}+2\sqrt{\frac{x}{z}\cdot\frac{z}{x}}-3\right)=\frac{3}{2}$$

当且仅当 $x=y=z$ 时取等号，此时 $a=b=c$，

所以 $g(a,\ b,\ c)\geqslant\frac{3}{2}$，

故 $f(x)\leqslant g(a,\ b,\ c)$. ……………[illegible]分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。