

长郡中学 2021 届高三月考试卷 (一)

数学

本试卷共 8 页。时量 120 分钟。满分 150 分。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分在每小题给田的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | y = \lg(x-1)\}$. 则 $A \cap B =$

A. $\{x | x \geq -2\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ D. $\{x | x \geq 2\}$

2. 已知复数 z 满足 $z(3-4i) = 25$, 则 z 的共轭复数在复平面内对应的点位于

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知实数 a, b, c 满足 $a < b < c$, 且 $a+b+c=0$, 则下列不等式中正确的是

A. $a^2 < b^2 < c^2$ B. $ab^2 < cb^2$ C. $ac < bc$ D. $ab < ac$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$, 则 $\overrightarrow{BE} =$

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ B. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$
C. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$ D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$

5. 设函数 $f(x) = x + \log_2^x - m$, 则“函数 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2}, 4)$ 上存在零点”是 $m \in (1, 6)$ 的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知实数 a, b, c 满足 $\lg a = 10^b = \frac{1}{c}$, 则下列关系式中不可能成立的是

A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

7. 已知 $\frac{3\sin\alpha + \cos\alpha}{2\sin\alpha - 3\cos\alpha} = 7$ 则函数 $f(x) = \sin^2 x + 2\tan\alpha|\cos x| - 6$ 的最小值为

A. -5 B. -3 C. $-\sqrt{2}$ D. -1

8. 设函数 $f(x) = x^2 - x \ln x + 2$, 若存在区间 $[a, b] \subseteq [\frac{1}{2}, +\infty)$, 使得 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的值域为

$[k(a+2), k(b+2)]$, 则是 k 的取值范围是

A. $[1, \frac{9+2\ln 2}{4}]$ B. $(1, \frac{9+2\ln 2}{4})$ C. $[1, \frac{9+2\ln 2}{10}]$ D. $(1, \frac{9+2\ln 2}{10})$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,有选错的得 0 分.部分选对的得 3 分.



专注名校自主选拔

9. 下列命题中正确的是

A. $\exists x \in (0, +\infty), 2^x > 3^x$

B. $\exists x \in (0, 1), \log_2 x < \log_3 x$

C. $\forall x \in (0, +\infty), (\frac{1}{2})^x > \log_{\frac{1}{3}} x$

D. $\forall x \in (0, \frac{1}{3}), (\frac{1}{2})^x < \log_{\frac{1}{3}} x$

zizzsww

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n . 且 $a_1 = p, 2S_n - S_{n-1} = 2p (n \geq 2)$ (p 为非零常数) 测下列结论中正确的是

A. 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列

B. $p=1$ 时, $S_4 = \frac{15}{16}$

C 当 $p = \frac{1}{2}$ 时, $a_m \cdot a_n = a_{m+n} (m, n \in N^*)$

D. $|a_3| + |a_8| = |a_5| + |a_6|$

11. 已知函数 $f(x)$ 满足: 对于定义域中任意 x , 在定义域中总存在 t , 使得 $f(t) = -f(x)$ 成立. 下列函数中, 满足上述条件的函数是

A. $f(x) = x - 1$

B. $f(x) = x^4$

C. $f(x) = \frac{1}{x+2}$

D. $f(x) = \ln(2x - 1)$

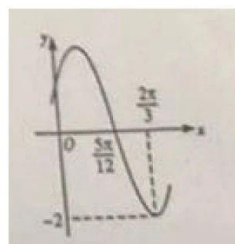
12. 下图是函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, 0 < |\varphi| < \pi$) 的部分图象, 下列结论正确的是

A. 函数 $y = f(x - \frac{\pi}{12})$ 的图象关于顶点对称

B 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增

D. 方程 $f(x) = 1$ 在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}]$ 上的所有实根之和为 $\frac{8\pi}{3}$



zizzsww

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = 2$, 若 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$, 则向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为_____。

14. 已知 $\log_2(a + 4b) = 2 \log_2(\sqrt{ab})$, 则 $a + b$ 的最小值是_____。

15. 《易经》中记载着一种几何图形一一八卦图, 图中正八边形代表八卦, 中间的圆代表阴阳太极图, 图中八块面积相等的曲边梯形代表八卦田. 某中学开展劳动实习, 去测量当地八卦田的面积如图, 现测得正八边形的过长为 8m, 代表阴阳太极图的圆的半径为 2 m, 则每块八卦田的面积为_____ m^2



专注名校自主选拔

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$, 则 $\{a_n\}$ 前 48 项之和为_____。

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 请从下面三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中, 并解决该问题

① $b^2 + c^2 = 52$; ② $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{15}$; ③ $\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -6$

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 在已知 $b - c = 2$, A 为钝角,

$$\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

(1) 求边 a 的长

(2) 求 $\sin(2C - \frac{\pi}{6})$ 的值

18. (12 分) 已知 $f(x) = e^x + \frac{m}{e^{-x}}$ 是偶函数.

(1) 求实数 m 的值

(2) 解不等式 $f(2x) \geq f(x+1)$;

(3) 记 $g(x) = \ln\{(3-a)[f(x) - e^{-x}] + 1\} - \ln 3a - 2x$, 若 $g(x) \leq 0$ 对任意的 $x \in [0, +\infty)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知正项等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 且 $a_1, a_2 - 1, a_3$ 成等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n

项和为 S_n . $b_1 = \frac{1}{2}, 2S_{n+1} = 2S_n + b_n$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式

(2) 若 $c_n = b_n + \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 的取值范围,

专注名校自主选拔

20. (12分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) + 2 \sin^2(\frac{\omega x + \varphi}{2}) - 1$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$)

为奇函数, 且相邻同对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ 。

(1) 当 $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}]$ 时, 求 $f(x)$ 的单调递减区间:

(2) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变),

得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 当 $x \in [-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}]$ 时, 求函数 $g(x)$ 的值域。

21. (12分) 习近平指出, 倡导环保意识、生态意识, 构建全社会共同参与的环境治理体系, 让生态环保思想成为社会生活中的主流文化。某化工企业探索改良工艺, 使排放的废气中含有的污染物数量逐渐减少。已知改良工艺前所排放的废气中含有的污染物数量为 2 mg/m^3 , 首次改良后所排放的废气中含有的污染物数量为 1.94 mg/m^3 。设改良工艺前所排放的废气中含有的污染物数量为 r_0 , 首次改良工艺后所排放的废气中含有的污染物数量为 r_1 , 则第 n 次改良后所排放的废气中的污染物数量 r_n , 可由函数模型 $r_n = r_0 - (r_0 - r_1) \cdot 5^{0.5n+p}$ ($p \in R, n \in N^*$) 给出, 其中 n 是指改良工艺的次数

(1) 试求改良后石的函数模型,

(2) 依据国家环保要求, 企业所排放的废气中含有的污染物数量不能超过 0.08 mg/m^3 。试问: 至少进行多少次改良工艺后才能使得该企业所排放的废气中含有的污染物数量达标? (参考数据: 取 $\lg 2 = 0.3$)

22. (12分) 已知点 $P(\frac{e^x}{x}, 1), Q(x, mx + \sin x)$, O 为坐标原点, 设函数 $f(x) = \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ ($m \in R$)

(1) 当 $m = -2$ 时, 判断函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的单调性;

(2) 若 $x \geq 0$ 时, 不等式 $f(x) \geq 1$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》