2021年湖北省八市高三（3月）联考
数学试卷

2021.3

本试卷共6页，22题，全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若复数：满足：$2i^{2021}=2-i$,则 z＝

A.$-1+2i$　　B.$-1-2i$　　C.$1-2i$　　D.$1+2i$

2.已知M,N均为R的子集，且$M\subseteq C_RN$,则$C_RM\cap N=$

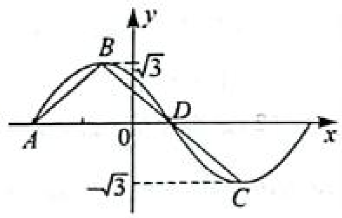
A. ϕ　　B.M　　C.N　　D.R

3.设$a=3^{0.3}$,$b=\log_{0.3}0.4$,$c=\log_3 0.3$,则a,b,c的大小是

A.a>b>c　　B.b<c<a　　C.b>a>c　　D.a<b<c

4.1943年19岁的曹火星在平西根据地进行抗日宣传工作，他以切身经历创作了歌曲《没共产党就没有中国》，后毛泽东主席将歌曲改名为《没有共产党就没有新中国》．2021年是中国共产党建党100周年，仅从逻辑学角度来看，“没有共产党就没有新中国”这句歌词中体现了“有共产党”是“有新中国”的

A.充分条件　　B.必要条件　　C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件



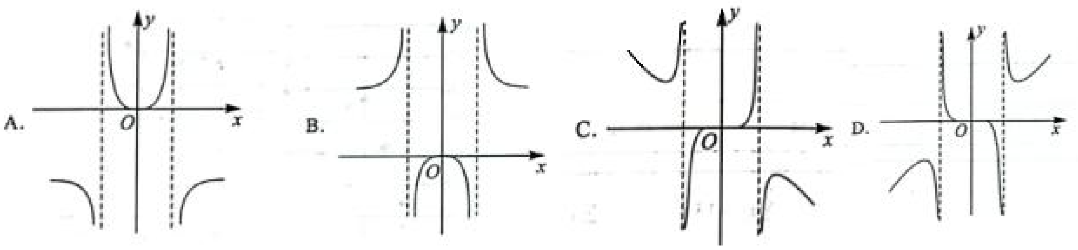
5.已知函数 g(x)= $\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)$.g(x)图像上每一点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$，得到f（x)的图像、f（x)的部分图像如图所示，若$\overline{AB}\cdot\overline{BC}=|\overline{AB}|^2$,则ω等于

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

6.在三棱锥S-ABC中，SA=SB=SC,AB⊥BC,O为AC中点．OS=OC=1,则三棱锥S-ABC体积最大值为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{6}$

7.函数$f(x)=\begin{cases}0,x=0\\ \dfrac{x-\sin x}{\ln|x|},x\neq 0\end{cases}$的部分图像大致为



8.设实数 t>0,若不等式 $e^{2tx}-\frac{\ln 2+\ln x}{t}\geq 0$对 x>0恒成立，则t的取值范围为

A.[$\frac{1}{2e}$,+∞)　　B.[$\frac{1}{e}$,+∞)　　C.(0, $\frac{1}{e}$]　　D.(0, $\frac{1}{2e}$]

二、多选题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有错选的得 0 分．）

9.下列说法正确的是

A.已知直线 $l\perp$平面α,直线 m//平面β,则“α//β”是“$l\perp$m”的必要不充分条件。

B.若随机变量ξ服从正态分布 N(1, σ^2),P(ξ≤4)=0.79,则 P(ξ≤-2)=0.21.

C.若随机变量ξ服从二项分布：ξ~B(4, $\frac{1}{4}$),则 E(2ξ+3)=5.

D.甲、乙、丙、丁 4 个人到 4 个景点旅游，每人只去一个景点，设事件 M 为“4 个人去的景点各不相同”，事件 N 为“甲不去其中的 A 景点”，则 P(MN)= $\frac{2}{9}$

10.ΔABC 中，D 为边 AC 上的一点，且满足 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{DC}$,若 P 为边 BD 上的一点，且满足 $\overline{AP}=m\overline{AB}+n\overline{AC}$ (m>0,n>0),则下列结论正确的是

A.m+2n=1　　B.mn 的最大值为 $\frac{1}{12}$

C. $\frac{4}{m}+\frac{1}{n}$ 的最小值为 6+4$\sqrt{2}$　　D.m^2+9n^2 的最小值为 $\frac{1}{2}$

11.若ΔABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且满足 b-2a+4a$\sin^2\frac{A+B}{2}$=0,则下列结论正确的是

A.角 C 一定为锐角　　B.$a^2+2b^2-c^2=0$

C.3tanA+tanC=0　　D.tanB 的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12.意大利画家列奥纳多·达·芬奇（1452.4-1519.5)的画作《抱银貂的女人》中，女士脖颈上黑色珍珠项链与主人相互映衬呈现出不一样的美与光泽，达·芬奇提出：固定项链的两端，使其在重力的作用下自然下垂，项链所形成的曲线是什么？这就是著名的“悬链线问题”，后人给出了悬链线的函数解析式：f(x)=$a\cosh\frac{x}{a}$,其中 a 为悬链线系数，coshx 称为双曲余弦函数，其函数表达式为 coshx=$\frac{e^x+e^{-x}}{2}$，相应地双曲正弦函数的表达式为 sinhx=$\frac{e^x-e^{-x}}{2}$.若直线 x=m 与双曲余弦函数 C_1 与双曲正弦函数 C_2 的图象分别相交于点 A,B,曲线 C_1 在点 A 处的切线 l_1 与曲线 C_2 在点 B 处的切线 l_2 相交于点 P,则下列结论正确的为

A.cosh(x-y)=coshxcoshy-sinhxsinhy

B.y=sinhxcoshx 是偶函数

C.(coshx)'=sinhx

D.若ΔPAB 是以 A 为直角顶点的直角三角形，则实数 m=0

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．）

13.已知函数 f(x)=2sin$a$+log$_2\dfrac{3+x}{3-x}$,， f(m)=3,f(-m)=1,则 m=____________.

14.抛物线 C:x^2=2py,其焦点到准线 l 的距离为 4,则准线 l 被圆 $x^2+y^2-6x=0$ 截得的弦长为__________.

15.遗爱湖国家湿地公园是黄冈市城市亮丽的名片．2021 年元月份以来，来黄冈参观游览的游客络绎不绝，现通过对参观遗爱湖的游客问卷调查，发现每位游客选择继续游玩遗爱湖的概率都是$\dfrac{1}{3}$_，不游玩遗爱湖的概率都是$\dfrac{2}{3}$，若不游玩遗爱湖记 1 分，继续游玩遗爱湖记 2 分，记已调查过的所有游客累计得分恰为 n 分的概率为 a_n,则 a_4=__________.

16.在棱长为 1 的正方体 ABCD-$A_1B_1C_1D_1$ 中，M 是棱 CC_1 的中点，N 是侧面 B_1BCC_1 内的动点，且满足直线 A_1N//平面 AD,M,当直线 A_1N 与平面 B_1BCC_1 所成角最小时，记过点 D,M,N 的平面截正方体 ABCD-$A_1B_1C_1D_1$ 所得到的截面为Ω,所有Ω的面积组成的集合记为 S,则 S=__________.

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤．）

17.(本小题满分 10 分）

在ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,若角 C 为$\dfrac{2\pi}{3}$,且 sin(A+C)=2sin(B+C)cos(A+B)

（1)求 a:b:c 的值；

（2)若ΔABC 的内切圆的半径 r=$\sqrt{3}-\dfrac{3}{2}$,求ΔABC 的面积.

18.(本小题满分 12 分）

已知数列{a_n},其前 n 项和为 S_n,请在下列三个条件中补充一个在下面问题中使得最终结论成立并证明你的结论。

条件①:$S_n=-a_n+t$(t 为常数）

条件②:$a_n=b_nb_{n+1}$,其中数列{b_n}满足 $b_n=1,(n+1)b_{n+1}=nb_n$.

条件③:$3a_n^2=3a_{n+1}^2+a_{n+1}+a_n$.

数列{a_n}中 a_1 是二项式$\left(\dfrac{x^2}{\sqrt{30}}+\dfrac{1}{x}\right)^6$展开式中的常数项，且__________________.

求证：$S_n<1$ 对$\forall n\in N^*$恒成立.

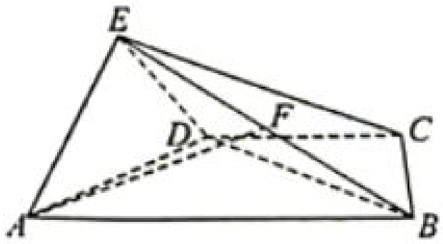
注：如果选择多个条件作答，则按第一个条件的解答计分。

19.(本小题满分 12 分）

已知四棱锥 E-ABCD 中，四边形 ABCD 为等腰梯形、AB//DC,AD=DC=2,AB=4,ΔADE 为等边三角形，且平面 ADE⊥平面 ABCD.

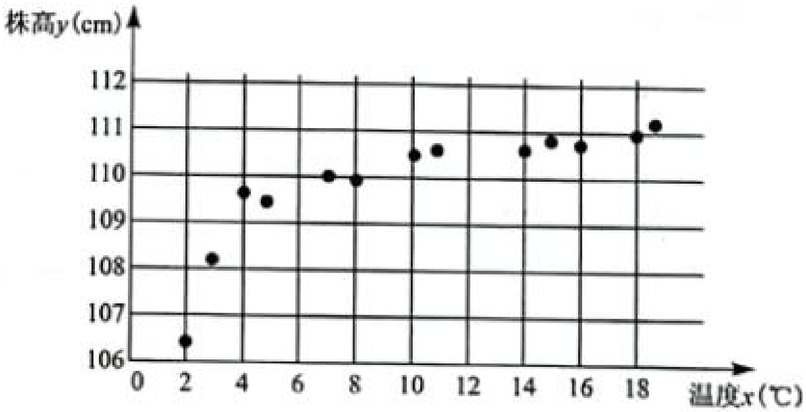
（1)求证：AE⊥BD;

（2)是否存在一点 F,满足$\overline{EF}=\lambda\overline{EB}$ (0<λ≤1),且使平面 ADF 与平面 BCE 所成的锐二面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{65}}{13}$. 若存在，求出λ的值，否则请说明理由。



20.(本小题满分 12 分）

近年来，明代著名医药学家李时珍故乡黄冈市蕲春县大力发展大健康产业，蕲艾产业化种植已经成为该县脱贫攻坚的主要产业之一，已知蕲艾的株高 y(单位：cm)与一定范围内的温度 x(单位：℃)有关，现收集了蕲艾的 13 组观测数据，得到如下的散点图：



现根据散点图利用 $y=a+b\sqrt{x}$ 或 $y=c+\dfrac{d}{x}$ 建立 y 关于 x 的回归方程，令 $s=\sqrt{x}$.$t=\dfrac{1}{x}$ 得到如下数据：

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{s}$	$\bar{t}$
10.15	109.94	3.04	0.16

$\sum\limits_{i=1}^{13}s_iy_i-13\bar{s}\cdot\bar{y}$	$\sum\limits_{i=1}^{13}t_iy_i-13\bar{t}\cdot\bar{y}$	$\sum\limits_{i=1}^{13}s_i^2-13\bar{s}^2$	$\sum\limits_{i=1}^{13}t_i^2-13\bar{t}^2$	$\sum\limits_{i=1}^{13}y_i^2-13\bar{y}^2$
13.94	−2.1	11.67	0.21	21.22

且（s_i,y_i)与（t_i,y_i)($i=1,2,3,\cdots,13$)的相关系数分别为 r_1,r_2、且 $r_2=-0.9953$.

(1)用相关系数说明哪种模型建立 y 与 x 的回归方程更合适；

(2)根据（1)的结果及表中数据，建立 $\hat{y}$ 关于 x 的回归方程；

(3)已知新艾的利润 z 与 x.y 的关系为 $z=20y-\dfrac{1}{2}x$,当 x 为何值时，z 的预报值最大

附：参考数据和公式：0.21×21.22=4.4562,11.67×21.22=247.6374，$\sqrt{247.6374}$=15.7365、对于一组数据（u_i、v_i)(i=1,2,3,..., n),其回归直线方程 u=α+βu 的斜率和械距的最小二乘法估计分别为

$$\beta=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\cdot\bar{v}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2},\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$$，相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\cdot\bar{v}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}v_i^2-n\bar{v}^2}}$

21.(本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x-2a\ln x-\frac{1}{x}$,(a∈R).

(1)讨论函数 $f(x)$的单调性；

(2)若 x_1、x_2 为函数 $f(x)$的两个极值点，证明：$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>2-4a.$

22.(本小题满分 12 分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的上顶点到右顶点的距离为 $\sqrt{7}$,离心率为 $\frac{1}{2}$,过椭圆 C 的左焦点 F_1 作不与 x 轴重合的直线 MN 与椭圆 C 相交于 M,N 两点，过点 M 作直线 m:x=-2a 的垂线 ME, E 为垂足.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)①已知直线 EN 过定点 P,求定点 P 的坐标.

②点 O 为坐标原点，求ΔOEN 面积的最大值.

2021年湖北省年八市高三 （3月）联考
数学试题参考答案及评分标准

一、单选题　1-4 BCAB　5-8 ACDB

二、多选题　9. BC　10.BD　11.BC　12.ACD

三、填空题　13. 1　14. $2\sqrt{5}$　15. $\frac{61}{81}$　16. $\left\{\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{9}{8}\right\}$

四、解答题

17. 解析：（1）由 $\sin(A+C)=2\sin(B+C)\cos(A+B)$ 得 $\sin B=-2\sin A\cos C$，又 $C=\frac{2\pi}{3}$

代入得 $\sin A=\sin B$ 即 $A=B, a=b$，

所以 $a:b:c=\sin\frac{\pi}{6}:\sin\frac{\pi}{6}:\sin\frac{2\pi}{3}=1:1:\sqrt{3}$　…………5分

（2）由 [illegible] $\frac{r}{\frac{c}{2}}=\tan\frac{\pi}{12}=\tan(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6})=2-\sqrt{3}$ 得 $c=\frac{2r}{2-\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，所以

$a=b=1, S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}$　…………10分

18. 解析：二项展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r(\frac{x^2}{\sqrt{30}})^{6-r}(\frac{1}{x})^r=C_6^r(\frac{1}{\sqrt{30}})^{6-r}x^{12-3r}$，令 $r=4$ 得

展开式的常数项为 $a_1=\frac{1}{2}$.　…………6分

可选择的条件为①或②或③

若选择①：在 $S_n=-a_n+t$ 中令 $n=1$ 得 $t=1$，$S_{n-1}=-a_{n-1}+1$ 两式相减得

$a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}$，　………9分

故 $\{a_n\}$ 是以 $\frac{1}{2}$ 为首项 $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列.

所以 $S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=1-(\frac{1}{2})^n$ [illegible]　…………12分

若选择②：由 $(n+1)b_{n+1}=nb_n$ 得 $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{n}{n+1}$，

所以 $b_n=\frac{b_n}{b_{n-1}}\cdot\frac{b_{n-1}}{b_{n-2}}\cdots\frac{b_2}{b_1}\cdot b_1=\frac{1}{n}(n\geq2), n=1$ 时也满足.

则 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，　………9分

$S_n=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=1-\frac{1}{n+1}<1$恒成立. ……………12 分

若选择③：则$3a_{n+1}^2-3a_n^2=-(a_{n+1}+a_n)$，$a_{n+1}-a_n=-\frac{1}{3}$，或$a_{n+1}+a_n=0$ ……………9 分

又$a_1=\frac{1}{2}$，当$a_{n+1}+a_n=0$时，$S_n=\begin{cases}0, & n\text{为偶数}.\\ \frac{1}{2}, & n\text{为奇数}.\end{cases}$ $\therefore S_n<1$

当$a_{n+1}-a_n=-\frac{1}{3}$时，$S_n=\frac{n}{2}-\frac{n(n-1)}{6}=-\frac{1}{6}(n^2-4n)$.

此时$n=2$时$(S_n)_{\max}=\frac{2}{3}<1$ ……………12 分

19.解：（1）取AB,AD的中点G,H连接DG、EH. $\because BG=\frac{1}{2}AB=CD, BG\,//\,CD$，$\therefore$四边形$BCDG$是平行四边形，$DG=BC=AG=AD=2$，$\therefore \Delta ADG$为等边三角形.

$DG=\frac{1}{2}AB$，$\therefore \Delta ABD$是直角三角形，$\therefore AD\perp BD$. $\because$平面$ADE\perp$平面$ABCD$，$BD\subset$平面$ABCD$，$AD=$平面$ADE\cap$平面$ABCD$，$\therefore BD\perp$平面ADE，$AE\subset$平面ADE，$\therefore AE\perp BD$ ……5 分

(2) F为EB中点即可满足条件.

取AD的中点H,连接EH,则$EH=\sqrt{3}$，$BD=2\sqrt{3}$，如图建立空间直角坐标系$D-xyz$，则

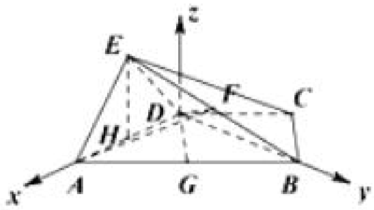
$D(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$B(0,2\sqrt{3},0)$，$C(-1,\sqrt{3},0)$，$E(1,0,\sqrt{3})$，则

$\overrightarrow{DA}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{CB}=(1,\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{EB}=(-1,2\sqrt{3},-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{EF}=\lambda\overrightarrow{EB}=(-\lambda,2\sqrt{3}\lambda,-\sqrt{3}\lambda)$，

$\overrightarrow{DF}=(1-\lambda,2\sqrt{3}\lambda,\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)$，

设平面ADF的法向量为$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，平面BCE的法向量为$\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$.

由$\begin{cases}\overrightarrow{DF}\cdot\vec{m}=0\\ \overrightarrow{DA}\cdot\vec{m}=0\end{cases}$，得



$\begin{cases}(1-\lambda)x_1+2\sqrt{3}\lambda y_1+(\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)z_1=0\\ 2x_1=0\end{cases}$，取

$\vec{m}=(0,\lambda-1,2\lambda)$；

由$\begin{cases}\overrightarrow{CB}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{EB}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}x_2+\sqrt{3}y_2=0\\ -x_2+2\sqrt{3}y_2-\sqrt{3}z_2=0\end{cases}$，取$\vec{n}=(-\sqrt{3},1,3)$.

于是，$|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle|=\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{|\lambda-1+6\lambda|}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{5\lambda^2-2\lambda+1}}=\dfrac{\sqrt{65}}{13}$.

解得 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 或 $\lambda=-\dfrac{1}{3}$（舍去）

所以存在 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 使得平面 ADF 与平面 BCE 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{65}}{13}$. ………12 分

20.（1）由题意知 $r_2=-0.9953$，

$r_1=\dfrac{13.94}{\sqrt{11.67}\sqrt{21.22}}=\dfrac{13.94}{\sqrt{247.6374}}\approx 0.8858$，

因为 $|r_1|<|r_2|<1$，因此用 $\hat{y}=\hat{c}+\dfrac{\hat{d}}{x}$ 模型建立 y 与 x 的回归方程更合适. …………………4 分

（2）因为 $\hat{d}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{13}t_iy_i-13\bar{t}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{13}t_i^2-13\bar{t}^2}=\dfrac{-2.1}{0.21}=-10$， …………………6 分

$\hat{c}=\bar{y}-\hat{d}\bar{t}=109.94+10\times0.16=111.54$，

所以 $\hat{y}$ 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=111.54-\dfrac{10}{x}$ ………………………………8 分

（3）由题意知 $\hat{z}=20\hat{y}-\dfrac{1}{2}x=20(111.54-\dfrac{10}{x})-\dfrac{1}{2}x=2230.8-(\dfrac{200}{x}+\dfrac{1}{2}x)$

$\le 2230.8-20=2210.8$，所以 $\hat{z}\le 2210.8$，当且仅当 $x=20$ 时等号成立，
所以当温度为 20 时这种草药的利润最大. ………………………………………12 分

21.（1）$f'(x)=\dfrac{x^2-2ax+1}{x^2}, x>0$，令 $x^2-2ax+1=0, \Delta=4a^2-4$

当 $\Delta\le0$ 即 $-1\le a\le1$ 时，$f'(x)\ge0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

当 $\Delta>0$ 即 $a>1$ 或 $a<-1$ 时，

① 当 $a<-1$ 时，$-2ax>0, f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

② 当 $a>1$ 时，令 $f'(x)=0$，$x_1=a-\sqrt{a^2-1}, x_2=a+\sqrt{a^2-1}$

x	$(0,x_1)$	x_1	(x_1,x_2)	x_2	$(x_2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	递增	极大值	递减	极小值	递增

综上：当 $a\le1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

当 $a>1$ 时，$f(x)$ 在 $\left(0,a-\sqrt{a^2-1}\right),\left(a+\sqrt{a^2-1},+\infty\right)$ 上单调递增，

在 $(a-\sqrt{a^2-1},a+\sqrt{a^2-1})$ 上单调递减. ……5 分

(2) 由（1）知 $a>1$ 时 $f(x)$ 有两个极值点 x_1,x_2，

且 $x_1+x_2=2a,x_1x_2=1$, 不妨设 $x_2>1>x_1>0$，

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{(x_1-2a\ln x_1-\frac{1}{x_1})-(x_2-2a\ln x_2-\frac{1}{x_2})}{x_1-x_2}=\frac{(x_1-x_2)-2a\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}}{x_1-x_2}=2-\frac{2a\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2},$$

要证 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>2-4a$, 即证：$\frac{\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}<2$，即 $\frac{\ln x_2^2}{x_2-\frac{1}{x_2}}<2$，$\therefore \ln x_2-x_2+\frac{1}{x_2}<0,$

设 $g(t)=\ln t-t+\frac{1}{t}(t>1)$, 由（1）知当 $a=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$g(t)=-f(t)$，

则 $g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，$\therefore g(t)<g(1)=0$. 原式得证. ……………12 分

22.（1）$\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{7}\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2}\end{cases}$，所以 $a=2$，$b=\sqrt{3}$.

故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. …………………4 分

（2）①由题意知，由对称性知，P 必在 x 轴上，$F(-1,0)$，设直线 MN 方程：$x=my-1$，

$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，$E(-4,y_1)$，

联立方程 $\begin{cases}x=my-1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 得 $(3m^2+4)y^2-6my-9=0$，

所以 $y_1+y_2=\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-9}{3m^2+4}$， …………………5 分

所以 $-2my_1y_2=3(y_1+y_2)$，

又 $k_{EN}=\frac{y_2-y_1}{x_2+4}$，所以直线 EN 方程为：$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2+4}(x+4)$，……………6 分

令 $y=0$，则

$$x=-4-\frac{y_1(x_2+4)}{y_2-y_1}=-4-\frac{my_1y_2+3y_1}{y_2-y_1}=-4-\frac{\frac{3}{2}(y_1-y_2)}{y_2-y_1}=-4+\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}$$

所以直线 EN 过定点 $P(-\frac{5}{2},0)$ ………………………8 分

（其它解法酌情给分）

②由（1）中 $\Delta=144(m^2+1)>0$，所以 $m\in R$，又 $|y_1-y_2|=\frac{12\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}$．

所以 $S_{\triangle OEN}=\frac{1}{2}|OP||y_1-y_2|=\frac{5}{4}\cdot\frac{12\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}=\frac{15\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}$，　　　　…………10 分

令 $t=\sqrt{m^2+1}$，$t\geq 1$，则 $S_{\triangle OEN}=\frac{15t}{3t^2+1}=\frac{15}{3t+\frac{1}{t}}$，又因为 $f(t)=\frac{15}{3t+\frac{1}{t}}$

在 $[1,+\infty)$ 上单调递减，所以 $t=1$，$[S_{\triangle OEN}]_{\max}=\frac{15}{4}$．　　　　……………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》