合肥一六八中学暑假线上测试数学试卷（7月23日）

一．选择题（共8小题，每题5分，计40分）

1．已知复数 z 满足 $(1-i)z=2-i$ 则复数 z 的虚部为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}i$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{3}{2}i$

2．已知集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{y\mid y=x^2-1,x\in M\}$，则 $M\cap N$ 等于（　　）

A．$\{-1,0,1\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{-1,1\}$

3．现要安排六名志愿者去四个不同的场馆参加活动，每名志愿者只能去一个场馆．且每个场馆最少安排一名志愿者，则不同的分配方法有（　　）

A．1020种　　B．1280种　　C．1560种　　D．1680种

4．已知双曲线 $C:\frac{y^2}{2}-\frac{x^2}{b}=1(b>0)$ 的离心率为2，则 C 上任意一点到两条渐近线的距离之积为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．3

5．已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$，则下列结论正确的有（　　）

A．$|f(x)|$ 的最小正周期为 2π

B．直线 $x=-\frac{\pi}{3}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴

C．$f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递增

D．若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2},m]$ 上的最大值为1，则 $m\geq\frac{\pi}{3}$

6．设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，函数 $f(x+1)$ 为偶函数，函数 $f(x+2)-1$ 为奇函数，若 $f(0)+f(3)=8$，则 $f(2023)=$（　　）

A．11　　B．9　　C．7　　D．5

7．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=3^n(\lambda-n)-6$，若数列 $\{a_n\}$ 单调递减，则 λ 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,2)$　　B．$(-\infty,3)$　　C．$(-\infty,4)$　　D．$(-\infty,5)$

8．已知 $f(x)=\frac{e^x}{x}-2t(\ln x+x+\frac{2}{x})$ 恰有一个极值点为1，则 t 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,\frac{1}{4}]\cup\{\frac{e}{6}\}$　　B．$[0,\frac{1}{4}]$　　C．$[0,\frac{1}{4}]\cup\{\frac{e}{6}\}$　　D．$(-\infty,\frac{1}{4}]$

二．多选题（共 4 小题，每题 5 分，计 20 分）

9．已知高和底面边长均为 2 的正四棱锥 $P-ABCD$，则（　　）

A．$PA=\sqrt{6}$　　B．PA 与底面 $ABCD$ 的夹角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

C．二面角 $P-AB-C$ 的平面角的正切值为 2　　D．四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为$\frac{8}{3}$

10．椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$的左右焦点分别为 F_1，F_2，O 为坐标原点，以下说法正确的是（　　）

A．椭圆 C 的离心率为$\frac{1}{2}$

B．过点 F_1 的直线与椭圆 C 交于 A，B 两点，则$\triangle ABF_2$的周长为 8

C．椭圆 C 上存在点 P，使得$\triangle PF_1F_2$的面积为 2

D．P 为椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$上一点，M 为圆 $x^2+y^2=1$ 上一点，则$|PM|$的最大值为 3

11．已知函数 $f(x)=2a\ln x+x^2$，则下列说法正确的是（　　）

A．当 $a=-1$时，函数 $y=f(x)$ 的单调增区间为$(1,+\infty)$

B．当 $a=-1$时，函数 $y=f(x)$ 的极小值为 1

C．若 $f(x)$ 在定义域内不单调，则 $a\in(-\infty,0)$

D．若对$\forall x_1>x_2>0$有 $f(x_1)-f(x_2)>2(x_1-x_2)$成立，则 $a\in(\frac{1}{4},+\infty)$

12．已知数轴上一个质点在外力的作用下，从原点出发，每次受力质点原地停留或向右移动一个单位，质点原地停留的概率为$\frac{1}{10}$，向右移动的概率为$\frac{9}{10}$，且每次是否移动互不影响．若该质点共受力 7 次，到达位置的数字记为 X，则（　　）

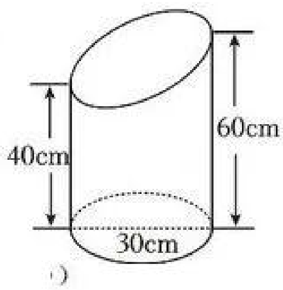
A．$P(X=0)=(\frac{1}{10})^7$　　B．$P(X=5)=(\frac{1}{10})^2\times(\frac{9}{10})^5$

C．$E(X)=6.3$　　D．$P(X=k)\le P(X=6)$

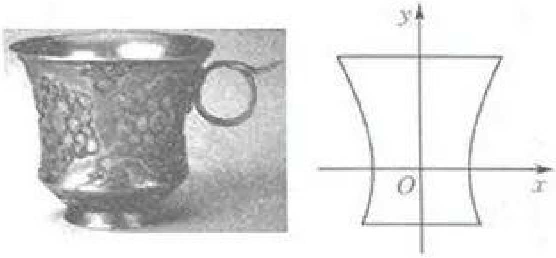
三．填空题（共 4 小题,每小题 5 分，计 20 分）

13．已知向量$\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(m,1)$．若向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$平行，则 $m=$________．

14．如图所示的斜截圆柱是用一个平面从圆柱上截取而来，其侧面可看成圆柱侧面的一部分，已知圆柱底面的半径为 15cm，母线长最短 40cm，最长 60cm，则该斜截圆柱的侧面积为 ________cm^2．



15．如图，唐金筐宝钿团花纹金杯出土于西安，这件金杯整体造型具有玲珑剔透之美，充分体现唐代金银器制作的高超技艺，是唐代金银细工的典范之作．该杯主体部分的轴截面可以近似看作双曲线 E 的一部分，设该双曲线 E 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，右焦点为 F，



过点 F 的直线 l 与双曲线 E 的右支交于 B，C 两点，且 $|CF|=3|FB|$，点 B 关于原点 O 的对称点为点 A，若 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BF}=0$，则双曲线 E 的离心率为____________________．

16．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x+5,x\le -1\\ |\ln(x+1)|,x>-1\end{cases}$，$g(x)=mx$，若函数 $y=f(x-1)-g(x)$ 恰有 2 个零点，则实数 m 的取值范围为____________________．

四．解答题（共 6 小题，计 70 分）

17．**（本小题 10 分）**已知△ABC 的角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $b^2+c^2-a^2=bc$．

（1）求 A；

（2）若△ABC 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，且______，求 a．

（请在①$\sin C+\sqrt{3}\cos C=2$；②$b-c=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ 这两个条件中选择一个完成解答．）

18．**（本小题 12 分）**已经数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的积记为 T_n，且满足 $\frac{1}{T_n}=\frac{a_n-1}{a_n}$．

（1）证明：数列 $\{T_n\}$ 为等差数列；

（2）若 $b_n=\begin{cases}T_n,n\text{为奇数},\\ \frac{1}{T_{n-1}T_{n+1}},n\text{为偶数},\end{cases}$ 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 H_{2n}．

19.（本小题 12 分）随着中国羽毛球队第 13 次捧起苏迪曼杯，2023 年世界羽毛球混合团体锦标赛在 5 月 21 日落下帷幕．国家羽毛球队在面对东道主和卫冕冠军的双重压力下，多次面临困境，一度濒临绝境但最终都战胜了对手，站上了冠军领奖台，展现了队员们强大的心理素质和永不放弃、顽强，拼搏的中国精神，队员们圆梦经历也告诉我们：人生中会遇到很多逆境，只要逆境中坚定信心，永不放弃，一切皆有可能，就会有奇迹发生．精彩的苏迪曼杯羽毛球比赛激发了某校同学们参加，羽毛球活动的热情，甲、乙两位同学相约打一场羽毛球比赛，若采用五局三胜制，无论哪一方先胜三局则比赛结束，假设在每局比赛中，甲获胜的概率为$\frac{2}{3}$，乙获胜的概率为$\frac{1}{3}$，各局比赛结果相互独立．

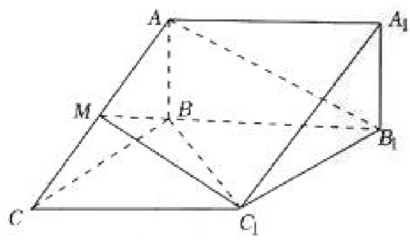
（Ⅰ）求甲以 3：1 的比分获胜的概率；

（Ⅱ）设 X 表示比赛结束时进行的总局数，求 X 的分布列及数学期望．

20.（本小题 12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，M 是 AC 的中点，$AB\perp$平面 BCC_1B_1，$AC\perp BC_1$．

（1）求证：$BC_1\perp BC$；

（2）若$AB=BC_1=\frac{1}{2}BC$，求平面 MBC_1 与平面 ACC_1A_1 夹角的余弦值．



21.（本小题 12 分）已知抛物线 T：$y^2=2px$（$0<p<4$）的焦点为 F，M 为 T 上一动点，N 为圆 E：$x^2+(y-4)^2=1$ 上一动点，$|MN|+|MF|$的最小值为$\sqrt{17}-1$．

（1）求 T 的方程；

（2）直线 l 交 T 于 A，B 两点，交 x 轴的正半轴于点 C，点 D 与 C 关于原点 O 对称，且$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=12$，求证 $k_{AD}+k_{BD}$ 为定值．

22.（本小题 12 分）已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{1-x}{ax}(a\in R且a\neq 0)$，$g(x)=(b-1)x-xe^x-\frac{1}{x}(b\in R)$．

（Ⅰ）讨论函数 $f(x)$ 的极值；

（Ⅱ）当 $a=1$ 时，若 $f(x)+g(x)\leqslant -2$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立，求实数 b 的取值范围．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。