哈师大附中 2021 年高三第三次模拟考试
文科数学

注意事项：
1.本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上。
2.回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3.回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．

第 I 卷（选择题　共 60 分）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

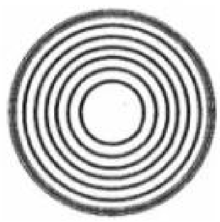
1.已知集合 A={x||x|<1},B={x|y=$\sqrt{x}$ },则 A∩B=

A.(0,1)　　B.[0,1)　　C.[0,+ ∞)　　D.(-1,1)

2.$(1+i)^3$=

A.-2+2i　　B.-2-2i　　C.2+2i　　D.2-2i

3.《周髀算经》规定“一衡之间万九千八百三十三里三分里之一”，就是相邻两衡间距离（半径差）为 $19833\frac{1}{3}$ 里，给出了计算各衡直径的一般法则，即“预知次衡径，倍而增内衡之径，二而增内衡径，得三衡径。这段话的意思是说想求出次二衡的直径，须把半径差二倍加上内一衡（最小圆圈）的直径，次三衡以及以后的都这样求．已知内一衡径＝238000 里 000 步（当时 300 步为 1 里），则次三衡径为



A.396666 里 200 步　　B.357000 里 000 步
C.317333 里 100 步　　D.277666 里 200 步

4.S_n 为正项等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_3a_5=256,a_6a_4=1024$,则 $\frac{S_n}{a_n}=$

A.2_n-1　　B.$2-2^{1-n}$　　C.$2-2^{n-1}$　　D.$2^{1-n}-1$

5.向量 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,$\boldsymbol{b}$=(-1, $\sqrt{3}$),$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

6.若 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\geq 0,\\ x-y+2\geq 0,\\ 2x-y-4\leq 0,\end{cases}$,则 z=x+2y 的最大值

A.22　　B.2　　C.4　　D.20

7.圆 C:$x^2+y^2=1$ 的内接等边三角形 ABC 的顶点 A$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，则ΔABC 的面积为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D.$2\sqrt{3}$

8.已知函数 $f(x)=x^2-x^{-2}$

A.是奇函数，（0,+ ∞)单调递增　　B.是奇函数，（0,+∞)单调递减

C.是偶函数，$(0,+\infty)$单调递减　　　　D.是偶函数，$(0,+\infty)$单调递增

9.某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为

A.240　　　　B.200　　　　C.320　　　　D.180

10.直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的棱长都是 2,则 AB_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的正弦值

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$　　　　D. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

11.双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$右焦点为 F_2,过 F_2 倾斜角为$\dfrac{\pi}{4}$的直线与双曲线右支交于 A,B 两点，则双曲线离心率的范围为

A.$(1,\sqrt{2})$　　　　B.$(1,\dfrac{3}{2})$　　　　C.$(\dfrac{\sqrt{6}}{2},+\infty)$　　　　D.$(\dfrac{3}{2},+\infty)$

12.已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\ln x| & x>0\\ e^{-x} & x\le 0\end{cases}$，则 $f^2(x)+f(x)=2$ 实数根的个数为

A.2　　　　B.3　　　　C.4　　　　D.5

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填写在答题纸相应位置上．

13.比较$\sqrt{2}$与$\sqrt[3]{3}$的大小______________（填＜或＞）。

14.S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_2=3,a_5-a_3=4,S_9=$ ______________.

15.$y=\dfrac{\ln x}{e^x}$在点（1,0)处的切线斜率为______________.

16.正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，AB=2,下列说法正确的有______________.

(1)异面直线 A_1D 与 AB_1 所成的角为$\dfrac{\pi}{3}$;

(2)E 为 A_1B_1 的中点，平面 ADE 截正方体所得截面面积为$2\sqrt{5}$;

(3)三棱锥 $B-ACB_1$ 的外接球半径为$\sqrt{3}$;

(4)H 在 BD_1 上，$BH=\dfrac{1}{3}BD_1$,正方体 8 个顶点中与点 H 的距离为$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$的点有 4 个.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

（一）必考题：共 60　分．

17.(本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{3})\sin(x-\frac{\pi}{6})$

(I)求 f(x)单调增区间;

(II)ΔABC 中，$f(A)=\frac{\sqrt{3}}{4}$(A 为锐角)，$a=2,S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$,求 b,c.

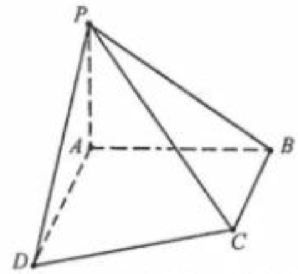
18.(本小题满分 12 分)

四棱锥 P-ABCD 中，PA⊥平面 ABCD,AB=BC=1,AD=AP=2

AD//BC,AB⊥AD

(I)求证：CD⊥PC;

(II)E 为 PB 中点，求 D 到平面 ACE 的距离。



19.(本小题满分 12 分)

党的十八大以来，习总书记在不同场合多次强调要“厉行节约，反对浪费”，要加大宣传引导力度，大力弘扬中华民族勤俭节约的优秀传统。某自助餐厅为响应号召，通过对就餐人员用餐后的剩余食物情况进行调查后并采取适当的奖惩政策。

(I)现有 5 人用餐，互相之间都不认识．若这 5 人中有 3 男 2 女，从这 5 人中任取 2 人，恰有一男一女的概率;

(II)若每人每次用餐需 68 元，用餐后若无剩余食物，则返回 5 元奖励；若剩余在 0 克到 50 克，则不奖不罚；若剩余在 50 克到 100 克，则罚 10 元；若剩余在 100 克以上，则罚 20 元．近期调查 200 位来就餐人员，统计结果如下表：

食物剩余量克)	无剩余	(0,50]	(50,100]	100 克以上
人数	180	12	6	2

现用频率当做概率，求某人来就餐消费的总费用的平均值。

20.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{x-1}{x}$

(I)求 f(x)在[1,e]上的最大值和最小值;

(II)$g(x)=\ln x-a\frac{x-1}{x}$,求 g(x)的单调区间.

21.(本小题满分 12 分)

椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,离心率为$\frac{1}{2}$,过点(0, $\sqrt{3}$).

(I)求椭圆方程;

(II)过($\frac{1}{2}$,0)的直线与椭圆交于 A,B 两点，椭圆左顶点为 D,求 $k_{AD}\cdot k_{BD}$.

(二)选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分，做答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑．本题满分 10 分．

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程]

平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（t 为参数），以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程是：$\rho^2=\dfrac{12}{3\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$

(I)求 C 的直角坐标方程和 l 的普通方程；

(II)设 P(0,1),l 与 C 交于 A、B 两点，M 为 AB 的中点，求|PM|.

23.[选修 4-5:不等式选讲]

已知，f(x)=|2x-1|+2|x+1|.

(I)解不等式 f(x)≥4;

(II)设 f(x)最小值为 m,a+2b+3c=m,求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	C	B	B	A	A	D	A	B	A	A

13-16 填空题

13 $<$　14 81　15 $\frac{1}{e}$　16 (1)(2)(3)

（一）必考题： 共 60 分.

17. $f(x)=\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin^2 x+\frac{3}{4}\sin x\cos x-\frac{1}{4}\sin x\cos x-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos^2 x$

$=-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin x=\frac{1}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$　　$\cdots$4分

$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$, 单调增区间为$\left[k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{5\pi}{12}\right],k\in Z$ $\cdots$6分

$f(A)=\frac{1}{2}\sin\left(2A-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4},\sin\left(2A-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2},0<A<\frac{\pi}{2},A=\frac{\pi}{3}$ $\cdots$8分

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}bc\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3},\therefore bc=4$ $\cdots$9分

$a^2=4=b^2+c^2-2bc\cos\frac{\pi}{3}=(b+c)^2-12,\therefore b+c=4$ $\cdots$10分

$b(4-b)=4,b^2-4b+4=0,b=2,c=2$ $\cdots$12分

18.ΔABC中，$AC^2=AB^2+BC^2=2, CA=\sqrt{2}, CD=\sqrt{2}, AD=2$，$\Delta ACD$中，$AD^2=AC^2+CD^2$

$\therefore AC\perp CD, \cdots 1$分

$PA\perp$平面$ABCD, CD\subset$平面$ABCD, \therefore PA\perp CD, \cdots 2$分

$PA\cap AC=A, \therefore CD\perp$平面$PAC\cdots 5$分

$PC\subset$平面$PCA, \therefore CD\perp PC\cdots 6$分

设D到平面ACE距离为h

$V_{D-ACE}=V_{E-ACD}$，E到平面ACD距离为1，$S_{\Delta ACD}=\frac{1}{2}\times 2\times 1$，$S_{\Delta ACE}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{4}\cdots 9$分

$h\frac{3}{4}=1\times 1, h=\frac{4}{3}\cdots 11$分

$\therefore D$到平面ACE的距离为$\frac{4}{3}\cdots 12$分

19. 党的十八大以来，习总书记在不同场合多次强调要“厉行节约，[illegible]要加大宣传引导力度，大力弘扬中华民族勤俭节约的优秀传统．某自助餐[illegible]，通过对就餐人员用餐后的剩余食物情况进行调查后并采取适当的奖惩措施．

(1) 现有5人用餐，互相之间都不认识．

若这5人中有3男2女，从这5人中任取2人，恰有一男一女的概率；

(2) 若每人每次用餐需68元，用餐后若无剩余食物，则返回5元奖励；若剩余在0克～50克，则不奖不罚；若剩余在50克～100克，则罚10元；若剩余在100克以上，则罚20元．近期调查200位来就餐人员，经统计结果如下表：

食物剩余量（克）	无剩余	$(0,50]$	$(50,100]$	100克以上
人数	180	12	6	2

求某人来就餐消费的总费用的平均值．

19. 设有一男一女为事件A,…1分

3男为A_1，A_2，A_3,2女为B_1，B_2，任取2人共有A_1A_2，A_1A_3，A_1B_1，A_1B_2

A_2A_3，A_2B_1，A_2B_2，A_3B_1，A_3B_2，B_1B_2,10种取法,…3分

其中满足条件的取法有A_1B_1，A_1B_2

A_2B_1，A_2B_2，A_3B_1，A_3B_2，共6种取法…5分

$P(A)=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$…7分

恰有一男一女的取法的概率为$\dfrac{3}{5}$…8分

平均值为$\bar{x}=\dfrac{180\times 63+12\times 68+6\times 78+2\times 88}{200}=64$…11分

消费的平均值为64元…12分

20. $f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x-1}{x^2}, x>1, f'(x)>0$

$(1,\ e)$是增函数,…2分

$f(1)_{\min}=0, f(e)_{\max}=\dfrac{1}{e}$

最大值为$\dfrac{1}{e}$,最小值为0…5分

$g'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{a}{x^2}=\dfrac{x-a}{x^2}(x>0)$

$a\le 0$时，$g'(x)\ge 0,(0,+\infty)$为增区间…7分

$a>0$时$,0<x<a,g'(x)<0,x>a,g'(x)>0,g(x)$在$(0,a)$是减函数$,(a,+\infty)$是增函数

…11分

综上所述 $a\le 0$时$,(0,+\infty)$是增区间

$a>0$时$,(0,a)$是减区间$,(a,+\infty)$是增区间…12分

21.$\frac{c}{a}=\frac{1}{2},b=\frac{\sqrt{3}}{2}$a, ∵ b=$\sqrt{3}$,∴ $a=2\cdots4$分

∴ 椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\cdots5$分

直线斜率不存在时，$A\left(\frac{1}{2},\frac{3\sqrt{5}}{4}\right)B\left(\frac{1}{2},-\frac{3\sqrt{5}}{4}\right)$，$D(-2,0)k_{AD}k_{BD}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{4}}{\frac{1}{2}+2}\cdot\frac{-\frac{3\sqrt{5}}{4}}{\frac{1}{2}+2}=-\frac{9}{20}\cdots6$分

$\begin{cases}y=k\left(x-\frac{1}{2}\right)\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$,$(3+4k^2)x^2-4k^2x+k^2-12=0$，设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$x_1+x_2=\frac{4k^2}{3+4k^2},x_1x_2=\frac{k^2-12}{3+4k^2},\Delta=16k^4-4(3+4k^2)(k^2-12)=4\times(36+45k^2)>0\cdots7$分

$k_{AD}k_{BD}=\frac{y_1}{x_1+2}\cdot\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{k^2\left(x_1x_2-\frac{1}{2}(x_1+x_2)+\frac{1}{4}\right)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}\cdots9$分

$=\frac{k^2\left(\frac{k^2-12}{3+4k^2}-\frac{2k^2}{3+4k^2}+\frac{1}{4}\right)}{\frac{k^2-12}{3+4k^2}+2\frac{4k^2}{3+4k^2}+4}=-\frac{9}{20}\cdots11$分

∴ $k_{AD}k_{BD}$的值为$-\frac{9}{20}\cdots12$分

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做得第一题计分.

22. $\because \begin{cases} x=\rho\cos\theta \\ y=\rho\sin\theta \end{cases}, 3\rho^2\cos^2\theta+4\rho^2\sin\theta=12, 3x^2+4y^2=12, \therefore C: \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$…2分

$x+y=-\frac{\sqrt{2}}{2}t+1+\frac{\sqrt{2}}{2}t=1$ ∴直线的普通方程为x+y=1…4分

把直线参数方程与椭圆联立$3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2+4\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2=12, \frac{7}{2}t^2+4\sqrt{2}t-8=0$

$t_1+t_2=-\frac{8\sqrt{2}}{7}, t_1t_2=-\frac{16}{7}, \Delta=\left(4\sqrt{2}\right)^2-4\times\frac{7}{2}\times(-8)=144>0$…6分

$t_M=\frac{t_1+t}{2}=-\frac{4\sqrt{2}}{7}, |PM|=\frac{4\sqrt{2}}{7}$…9分

$\therefore |PM|$的长为$\frac{4\sqrt{2}}{7}$…10分

23. $x\ge\frac{1}{2}, 2x-1+2x+2\ge4, x\ge\frac{3}{4}, \therefore x\ge\frac{3}{4}$…1分

$-1<x<\frac{1}{2}, 1-2x+2x+2\ge4$，无解…2分

$x\le-1, 1-2x-2x-2\ge4, x\le-\frac{5}{4}, \therefore x\le-\frac{5}{4}$…3分

∴原不等式解集为$\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$…5分

$|2x-1|+|2x+2|\ge|2x-1-(2x+2)|=3, -1\le x\le\frac{1}{2}$时等式成立,∴ m=3…6分

$\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(1+2^2+3^2\right)\ge\left(1\times a+2\times b+3\times c\right)^2, \therefore a^2+b^2+c^2\ge\frac{9}{14}$…9分

当且仅当$\frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{3}$,即$a=\frac{3}{14}, b=\frac{6}{14}, c=\frac{9}{14}$时，等号成立…10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》