

2022~2023 学年度上期期末高二年级调研考试

数学(理科)参考答案及评分意见

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:每小题 5 分,共 60 分.

1. D; 2. C; 3. A; 4. B; 5. C; 6. D; 7. C; 8. A; 9. B; 10. B; 11. B; 12. A.

第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:(每小题 5 分,共 20 分)

13. 14; 14. 71.67; 15. $\frac{5}{12}$; 16. $1+\sqrt{2}$ 或 $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

三、解答题:(共 70 分)

17. 解:(I)由题意,可得与直线 l 平行的直线的斜率为 $k = \frac{3}{4}$2 分 $\therefore$ 经过点 P 且与直线 l 平行的直线的点斜式方程为 $y - 2 = \frac{3}{4}(x + 4)$.化为一般式,得 $3x - 4y + 20 = 0$5 分(II)由题意,可得与直线 l 垂直的直线斜率为 $k = -\frac{4}{3}$7 分 $\therefore$ 经过点 P 且与直线 l 垂直的直线的点斜式方程为 $y - 2 = -\frac{4}{3}(x + 4)$.化为一般式,得 $4x + 3y + 10 = 0$10 分18. 解:(I)由题,得 $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{0+1+0+2+2}{5} = 1$, $\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1+0+1+2+1}{5} = 1$1 分

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5}[(0-1)^2 + (1-1)^2 + (0-1)^2 + (2-1)^2 + (2-1)^2] = 0.8,$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5}[(1-1)^2 + (0-1)^2 + (1-1)^2 + (2-1)^2 + (1-1)^2] = 0.4. \quad \text{.....3 分}$$

$$\because \bar{x}_{\text{甲}} = \bar{x}_{\text{乙}}, s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2,$$

 $\therefore$ 乙机床的性能更稳定.5 分

(II)根据题意,甲机床这五天所出次品数量超过 1 件的是第 4 天,第 5 天.

记第 1 天,第 2 天,第 3 天的数据分别为 A_1, A_2, A_3 ,第 4 天,第 5 天的数据分别为 B_1, B_2 .则所抽数据的所有可能结果为: $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, B_1), (A_1, B_2),$

高二调研考试数学(理科)试题参考答案 第 1 页(共 4 页)

$(A_2, A_3), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (B_1, B_2)$, 共计 10 种.8 分

抽出的数据至多有一天超过 1 件的结果为: $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_2, A_3), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2)$, 共计 9 种.11 分

$\therefore$ 至多有一天的次品数超过 1 件的概率为 $\frac{9}{10}$12 分

19. 解: (I) 由 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x = 0, \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$ 解得 $M(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}), N(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$4 分

$\therefore |MN| = 3\sqrt{3}$5 分

(II) 设圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$.

$\because$ 圆 C 经过点 M, N 及 $B(2, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} \frac{9}{4} + \frac{27}{4} + \frac{3D}{2} - \frac{3\sqrt{3}E}{2} + F = 0, \\ \frac{9}{4} + \frac{27}{4} + \frac{3D}{2} + \frac{3\sqrt{3}E}{2} + F = 0, \\ 4 + 4 + 2D + 2E + F = 0. \end{cases}$$

解得 $D = 2, E = 0, F = -12$.

经检验得圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 + 2x - 12 = 0$9 分

$\therefore$ 圆 C 与圆 A 的圆心间的距离为 $|CA| = |3 - (-1)| = 4$10 分

$\therefore |PQ| \leq |CA| + 3 + \sqrt{13} = 7 + \sqrt{13}$.

$\therefore |PQ|$ 的最大值是 $7 + \sqrt{13}$12 分

20. 解: (I) 由题得 $\bar{x} = \frac{17 + 19 + 20 + 21 + 23}{5} = 20, \bar{y} = \frac{21 + 22 + 25 + 27 + 30}{5} = 25$.

....1 分

$\therefore \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 32, \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 20$,3 分

$\therefore \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = 1.6, \hat{a} = \bar{y} - \frac{8}{5}\bar{x} = 25 - \frac{8}{5} \times 20 = -7$7 分

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 1.6x - 7$8 分

(II) 当 $x = 40$ 时, $\hat{y} = 1.6 \times 40 - 7 = 57$.

$\therefore$ 当销售网点达到 40 个时, 预测该工厂售卖出的产品件数为 57 万件.12 分

21. 解: (I) 由题意, 可得
$$\begin{cases} \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \\ \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases} \quad (\text{其中 } c \text{ 为半焦距})$$

解得 $a=2, b=1$3 分

$\therefore$ 椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$5 分

(II) ①当直线 AB 的斜率不存在或为 0 时,

$$S_{ACBD} = \frac{1}{2} |AB| \cdot |CD| = 2. \quad \text{.....6 分}$$

②当直线 AB 的斜率存在且不为 0 时, 设直线 $AB: y = k(x - \sqrt{3})$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$. 则直线 $CD: y = -\frac{1}{k}(x - \sqrt{3})$.

由 $\begin{cases} y = k(x - \sqrt{3}), \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$ 消去 y , 得 $(1 + 4k^2)x^2 - 8\sqrt{3}k^2x + 12k^2 - 4 = 0$7 分

$$\Delta = (-8\sqrt{3}k^2)^2 - 4(1 + 4k^2)(12k^2 - 4) = 16(1 + k^2) > 0.$$

$$\text{则 } x_1 + x_2 = \frac{8\sqrt{3}k^2}{1 + 4k^2}, x_1x_2 = \frac{12k^2 - 4}{1 + 4k^2}. \quad \text{.....8 分}$$

$$\begin{aligned} \therefore |AB| &= \sqrt{1 + k^2} \cdot \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{1 + k^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{8\sqrt{3}k^2}{1 + 4k^2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{12k^2 - 4}{1 + 4k^2}} \\ &= \frac{4(1 + k^2)}{1 + 4k^2}. \end{aligned}$$

$$\text{同理, 可得 } |CD| = \frac{4(1 + (-\frac{1}{k})^2)}{1 + 4(-\frac{1}{k})^2} = \frac{4(k^2 + 1)}{k^2 + 4}. \quad \text{.....9 分}$$

$$\therefore S_{ACBD} = \frac{1}{2} |AB| \cdot |CD| = 8 \cdot \frac{(1 + k^2)}{1 + 4k^2} \cdot \frac{(k^2 + 1)}{k^2 + 4}. \quad \text{.....10 分}$$

$$\because (1 + 4k^2)(k^2 + 4) \leq \left[\frac{(1 + 4k^2) + (k^2 + 4)}{2} \right]^2 = \frac{25(k^2 + 1)^2}{4},$$

$$\therefore S_{ACBD} \geq 8 \cdot \frac{(1 + k^2)^2}{\frac{25(1 + k^2)^2}{4}} = \frac{32}{25}. \text{ 当且仅当 } k = \pm 1 \text{ 时, 等号成立.} \quad \text{.....11 分}$$

$$\therefore \text{ 综上, 四边形 } ACBD \text{ 的面积的最小值为 } \frac{32}{25}. \quad \text{.....12 分}$$

22. 解: (I) 设 $A(x, y)$, $M(0, y)$.

$$\because |AF| - |AM| = 1, \therefore \sqrt{(x-1)^2 + y^2} - |x| = 1. \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{化简, 得 } y^2 = 4x (x > 0). \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

(II) 设 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, $N(x_3, y_3)$.

$$\therefore k_{PQ} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_1 - y_2}{\frac{y_1^2}{4} - \frac{y_2^2}{4}} = \frac{4}{y_1 + y_2}. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{直线 } PQ \text{ 的方程为 } y - y_1 = \frac{4}{y_1 + y_2}(x - x_1).$$

$\because$ 点 $B(-1, 0)$ 在直线 PQ 上,

$$\therefore -y_1 = \frac{4}{y_1 + y_2}(-1 - x_1). \text{ 解得 } y_1 y_2 = 4. \quad \dots\dots 8 \text{ 分} \quad \dots\dots ①$$

$$\text{同理, 可得直线 } PN \text{ 的方程为 } y - y_1 = \frac{4}{y_1 + y_3}(x - x_1).$$

又 $D(1, t)$ 在直线 PN 上,

$$\therefore t - y_1 = \frac{4}{y_1 + y_3}(1 - x_1), \text{ 易得 } y_1 \neq t. \text{ 解得 } y_2 + y_3 = \frac{(y_1 + y_3)t}{y_1}. \quad \dots\dots 9 \text{ 分} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \text{直线 } QN \text{ 的方程为 } y - y_2 = \frac{4}{y_2 + y_3}(x - x_2), \text{ 即 } (y_2 + y_3)y = 4x + y_2 y_3. \quad \dots\dots ③$$

将②式代入③式, 化简可得 $(y_1 + y_3)ty = 4y_1 x + y_1 y_2 y_3$.

又 $y_1 y_2 = 4$.

$$\therefore (y_1 + y_3)ty = 4y_1 x + 4y_3. \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{即 } (y_1 + y_3)(ty - 4) = 4y_1(x - 1). \quad \dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{直线 } QN \text{ 恒过定点 } (1, \frac{4}{t}). \quad \dots\dots 12 \text{ 分}$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线