

秘密★启用前 【考试时间：3月13日 15:00—17:00】

昆明市 2023 届“三诊一模”高三复习教学质量检测

数 学

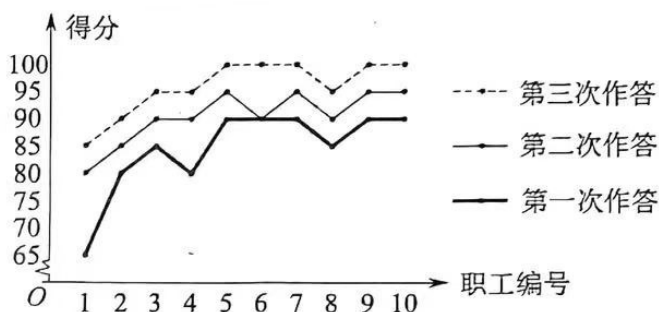
注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的地方贴好条形码。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡交回。

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

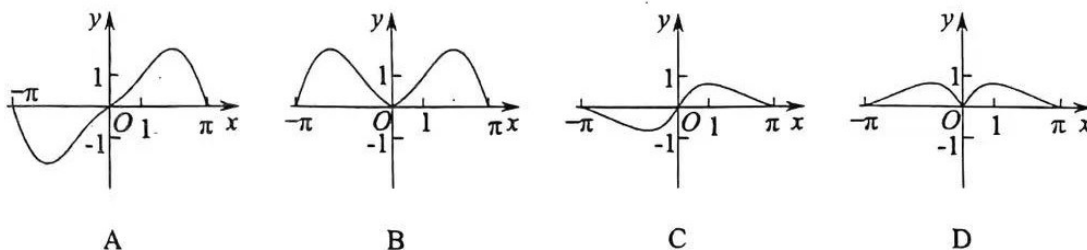
1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | \ln x < 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$
2. 欧拉公式： $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ 将复指数函数与三角函数联系起来，在复变函数中占有非常重要的地位，根据欧拉公式，复数 e^{3i} 在复平面内对应的点所在的象限为
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

3. 某单位职工参加某 APP 推出的“二十大知识问答竞赛”活动，参与者每人每天可以作答三次，每次作答 20 题，每题答对得 5 分，答错得 0 分。该单位从职工中随机抽取了 10 位，他们一天中三次作答的得分情况如下图：



根据上图，估计该单位职工答题情况，则下列说法正确的是

- A. 该单位职工一天中各次作答的平均分保持一致
 B. 该单位职工一天中各次作答的正确率保持一致
 C. 该单位职工一天中第三次作答得分的极差小于第二次的极差
 D. 该单位职工一天中第三次作答得分的标准差小于第一次的标准差
4. 已知 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 均为等差数列， $a_1=1$ ， $b_1=2$ ， $a_{10}+b_{10}=39$ ，则数列 $\{a_n+b_n\}$ 的前 50 项的和为
- A. 5000 B. 5050 C. 5100 D. 5150
5. 已知直线 $x\cos\theta+y\sin\theta=1$ ($\theta\in\mathbf{R}$) 与圆 $O: x^2+y^2=4$ 交于 A, B 两点，则 $\angle AOB=$
- A. θ B. 2θ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
6. 函数 $y=\sin x \ln(e^x+e^{-x})$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为



7. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , $f(x)$ 为偶函数且 $f(x)+f(x+2)=3$,

$$g(x)+g(10-x)=2, \text{ 则 } \sum_{i=1}^5 [f(i)+g(i)]=$$

- A. 21 B. 22 C. $\frac{45}{2}$ D. $\frac{47}{2}$

8. 某机床厂工人利用实心的圆锥旧零件改造成一个正四棱柱的新零件, 且正四棱柱的中心在圆锥的轴上, 下底面在圆锥的底面内. 已知该圆锥的底面圆半径为 3 cm, 高为 3 cm, 则该正四棱柱体积 (单位: cm^3) 的最大值为

- A. $54(10-7\sqrt{2})$ B. 8
C. $\frac{27}{4}$ D. 9

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项是符合题目要求的, 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $a \cdot b = 0$, $|a| = |b| = 1$, 设 $\overline{OA} = a$, $\overline{OB} = b$, $\overline{OC} = c$ ($c \neq 0$), 则下列正确的是

- A. 若 $a \cdot c = b \cdot c$, 则 $c = a + b$
B. 若 $c = a + b$, 则 $a \cdot c = b \cdot c$
C. 以 OA , OC 为邻边的平行四边形的面积为 $|b \cdot c|$
D. 若 $(a-c) \perp (b-c)$, 则 $a \cdot c$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

10. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过原点的直线 l 与

双曲线交于 A, B 两点, 若四边形 AF_1BF_2 为矩形且 $|AF_1| = 2|AF_2|$, 则下列正确的是

- A. $|AB| = 2\sqrt{5}a$ B. E 的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$
C. 矩形 AF_1BF_2 的面积为 $4a^2$ D. l 的斜率为 $\pm\frac{4}{3}$

11. 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $PB \perp BC$, 记 $\angle PCA = \alpha$, $\angle PCB = \beta$, $\angle ACB = \gamma$,

则下列正确的是

A. $\cos \alpha < \cos \beta$

B. $\cos \beta < \cos \gamma$

C. $\cos \gamma = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$

D. 若 $\tan \alpha = \sin \gamma$, 则 PA 与平面 PBC 所成的角为 45°

12. 对于函数 $f(x)$, 若存在两个常数 a, b , 使得 $f(a+x) \cdot f(a-x) = b$, 则称函数 $f(x)$ 是

“ J 函数”. 则下列函数能被称为“ J 函数”的是

A. $f(x) = e^x$

B. $f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x}}$

C. $f(x) = 3x - 1$

D. $f(x) = \tan x$

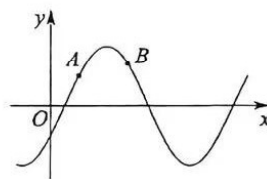
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若函数 $f(x) = 2x + n \cos x$ 在定义域 \mathbf{R} 上不单调, 则正整数 n 的最小值是_____.

14. 一个数学兴趣小组共有 2 名男生 3 名女生, 从中随机选出 2 名参加交流会, 在已知选出的 2 名中有 1 名是男生的条件下, 另 1 名是女生的概率为_____.

15. 已知 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如

图所示, $A(\frac{\pi}{2}, 1)$, $B(\frac{11\pi}{8}, \sqrt{2})$ 为 $y = f(x)$ 的图象上两点,



则 $f(2\pi) =$ _____.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 经过抛物线上一点 P , 作斜率为 $\frac{3}{4}$ 的直线交 C 的准线于点 Q , R 为准线上异于 Q 的一点, 当 $\angle PQR = \angle PQF$ 时, $|PF| =$ _____.

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

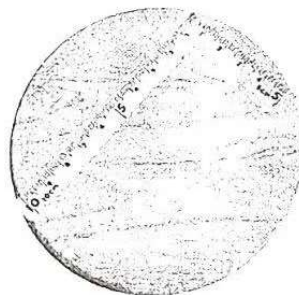
17. (10 分)

“不以规矩，不能成方圆”，出自《孟子·离娄章句上》。“规”指圆规，“矩”指由相互垂直的长短两条直尺构成的角尺，是用来测量、画圆和方形图案的工具。

有一块圆形木板，以“矩”量之，较长边为 10cm，较短边为 5cm，如图所示. 将这块圆形木板截出一块三角形木块，三角形顶点 A ， B ， C 都在圆周上，角 A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，满足 $c = 4\sqrt{5}$ cm.

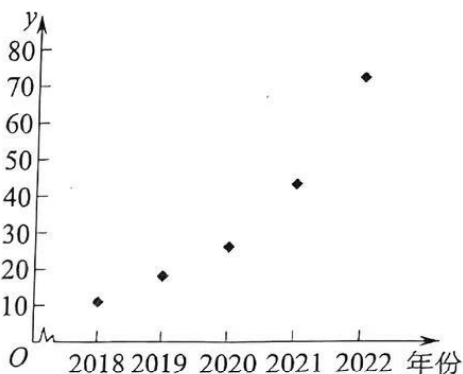
(1) 求 $\sin C$ ；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 8 cm^2 ，且 $a > c$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长.



18. (12分)

某新能源汽车公司从2018年到2022年汽车年销售量 y (单位: 万辆) 的散点图如下:



记年份代码为 x ($x=1, 2, 3, 4, 5$).

(1) 根据散点图判断, 模型① $y = a + bx$ 与模型② $y = c + dx^2$, 哪一个更适宜作为年销售量 y

关于年份代码 x 的回归方程? (给出判断即可, 不必说明理由)

(2) 根据(1)的判断结果, 建立 y 关于 x 的回归方程;

(3) 预测2023年该公司新能源汽车销售量.

参考数据:

\bar{y}	$\sum_{i=1}^5 x_i^2$	$\sum_{i=1}^5 x_i^4$	$\sum_{i=1}^5 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^5 x_i^2 y_i$
34	55	979	657	2805

参考公式: 回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

19. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = \frac{1}{2}$, 且满足 $(n-1)S_n + 2na_{n+1} = 0$.

(1) 设 $b_n = \frac{S_n}{n}$, 证明: $\{b_n\}$ 是等比数列.

(2) 设 $c_n = \frac{1}{4^{n+2} \cdot a_{n+2}^2}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < 2$.

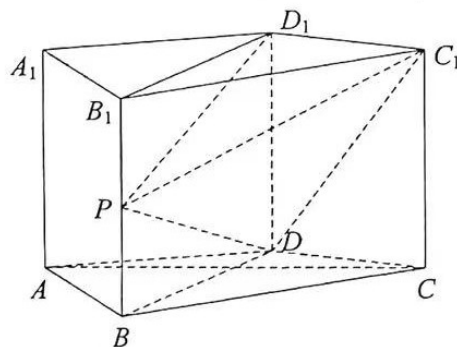
20. (12分)

如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $AB \perp AD$.

(1) 从三个条件: ① $AC \perp BD$; ② $\angle ADC = 120^\circ$; ③ $BD = 2AD$ 中任选一个作为已知条件,

证明: $BC \perp DC_1$;

(2) 在 (1) 的前提下, 若 $AB = \sqrt{3}AA_1$, P 是棱 BB_1 的中点, 求平面 PDC_1 与平面 PDD_1 所成角的余弦值.



21. (12分)

已知过点 $(1, e)$ 的椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦距为 2, 其中 e 为椭圆 E 的离心率.

(1) 求 E 的标准方程;

(2) 设 O 为坐标原点, 直线 l 与 E 交于 A, C 两点, 以 OA, OC 为邻边作平行四边形 $OABC$, 且点 B 恰好在 E 上, 试问: 平行四边形 $OABC$ 的面积是否为定值? 若是定值, 求出此定值; 若不是, 说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - \frac{\ln x}{x} - 1$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - \frac{a}{x}$ 有两个零点 x_1, x_2 (其中 $x_1 < x_2$), 且不等式 $x_1 e^{x_1} + 2x_2 e^{x_2} > m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线