

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷主要命题范围:高考范围。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $(z-2i)i=3+i$, 则 $z=$
 A. $1-i$ B. $3-i$ C. $1-5i$ D. $-1+3i$
2. 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - 5x - 6 \leq 0\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x(3-x) \geq 0\}$, $B = \{1, 2, 4\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B) =$
 A. $\{-1\}$ B. $\{3\}$ C. $\{-1, 3\}$ D. $\{-1, 5, 6\}$
3. 在一些比赛中,对评委打分的处理方法一般是去掉一个最高分,去掉一个最低分,然后计算余下评分的均值作为参赛者的得分.在一次有 9 位评委参加的赛事中,评委对一名参赛者所打的 9 个分数,去掉一个最高分,去掉一个最低分后,一定不变的数字特征为
 A. 平均值 B. 中位数 C. 众数 D. 方差
4. 已知向量 $a=(3, -2)$, $b=(-1, 4)$, $c=(1, m)$ ($m \in \mathbf{R}$), 若 $c \perp (a+b)$, 则 $m=$
 A. 1 B. -1 C. 0 D. $\frac{2}{3}$
5. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x > -1$; 命题 $q: \exists x, y \in \mathbf{R}, \sin(x+y) = \sin x + \sin y$, 则下列命题是真命题的是
 A. $p \wedge q$ B. $p \wedge (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge q$ D. $p \vee (\neg q)$
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_n + a_n = n$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则 $\log_2(1 - a_{2023}) =$
 A. $-2\ 023$ B. $-\frac{1}{2\ 023}$ C. $\frac{1}{2\ 023}$ D. $2\ 023$
7. 昆虫信息素是昆虫用来表示聚集、觅食、交配、警戒等信息的化学物质,是昆虫之间起化学通讯作用的化合物,是昆虫交流的化学分子语言.包括利它素、利己素、协同素、集合信息素、追踪信息素、告警信息素、疏散信息素、性信息素等.人工合成的昆虫信息素在生产中有较多的应用,尤其在农业生产中的病虫害的预报和防治中较多使用.研究发现,某昆虫释放信息素 t 秒后,在距释放处 x 米的地方测得的信息素浓度 y 满足 $\ln y = -\frac{1}{2} \ln t - \frac{k}{t} x^2 + a$, 其中 k, a 为非零常数.已知释放信息素 1 秒后,在距释放处 k 的地方测得信息素浓度为 m ; 若释放信息素 4 秒后,距释放处 b 米的位置,信息素浓度为 $\frac{m}{2}$, 则 $b=$
 A. $\frac{1}{2}$ B. 4 C. 5 D. 6

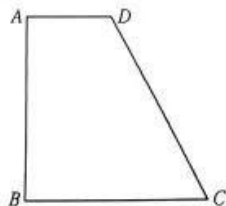
【高三 4 月质量检测·文科数学 第 1 页(共 4 页)】

8. 的焦点为 F , 其准线与坐标轴交于点 A , 点 P 为 E 上一点, 当 $\frac{|PF|}{|PA|}$ 取最小值

时, 点 P 恰好在以 A, F 为焦点的双曲线 Γ 上, 则双曲线 Γ 的实轴长等于

- A. $2\sqrt{2}-2$ B. $4\sqrt{2}-4$ C. $2\sqrt{3}+2$ D. $4\sqrt{3}-4$

9. 巴普士(约公元 3~4 世纪), 古希腊亚历山大学派著名几何学家. 生前有大量的著作, 但大部分遗失在历史长河中, 仅有《数学汇编》保存下来. 《数学汇编》一共 8 卷, 在《数学汇编》第 3 卷中记载着这样一个定理: “如果在同一平面内的一个闭合图形的内部与一条直线不相交, 那么该闭合图形围绕这条直线旋转一周所得到的旋转体的体积等于该闭合图形的面积与该闭合图形的重心旋转所得周长的积”, 即 $V=Sl$ (V 表示平面闭合图形绕旋转轴旋转所得几何体的体积, S 表示闭合图形的面积, l 表示重心绕旋转轴旋转一周的周长). 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AB \perp BC, AB=BC=2AD=4$, 利用上述定理可求得梯形 $ABCD$ 的重心 G 到点 B 的距离为



- A. $\frac{\sqrt{113}}{9}$ B. $\frac{20}{9}$ C. $\frac{2\sqrt{113}}{9}$ D. $\frac{19}{9}$

10. 已知函数 $f(x) = \frac{6\sin x \cos x}{2\cos^2 x + 1}$, 则

- A. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称 B. $\frac{\pi}{2}$ 为 $f(x)$ 的一个周期
C. $f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ D. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ 上单调递增

11. 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是圆 $x^2 + y^2 = c^2 (c = \sqrt{a^2 + b^2})$ 与 Γ 的一个交点, 若 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的半径为 a , 则 Γ 的离心率为

- A. $\sqrt{3}+1$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$

12. 已知 $a = (\frac{1}{3})^{\log_3 \frac{2}{3}}, b = 0.7e^{0.1}, c = \cos \frac{2}{3}$, 则

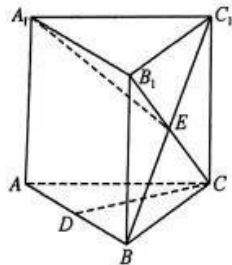
- A. $a > b > c$ B. $c > b > a$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x+2y \geq 2, \\ 3x+y \leq 3, \\ x \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \log_a x + x^2 - 1 (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x+3y-2=0$ 垂直, 则 $a =$ _____.

15. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, D 为棱 AB 的中点, BC_1 与 B_1C 交于点 E , 若 $AB=AA_1$, 则 CD 与 A_1E 所成角的余弦值为_____.



16. 已知函数 $f(x) = \left| x - \frac{1}{x} \right| - \left| x + \frac{1}{x} \right| + 2$, 则关于 x 的方程 $f^2(x) + bf(x) + c = 0$ 有 6 个互不相等的实数解的充要条件为_____.

合题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

随着科技的发展,手机的功能已经非常强大,各类 APP 让用户的生活质量得到极大的提升的同时,也带来了一些问题,如有不少青少年沉迷于手机游戏,对青少年健康成长带来不小的影响. 为了引导青少年抵制不良游戏,适度参与益智游戏,某游戏公司开发了一款益智游戏,在内测时收集了玩家对每一关的平均过关时间,如下表:

关卡 x	1	2	3	4	5	6
平均过关时间 y (秒)	51	79	121	130	237	353

- (1)通过散点图分析,可用模型 $y=e^{a+bx}$ 拟合 y 与 x 的关系,试求 y 关于 x 的回归方程(系数 a, b 精确到 0.01);
- (2)从表中 6 关过关时间中随机抽取 2 个,求这两个过关时间均低于 6 关的过关时间的平均数的概率.

参考公式:对于一组数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, 3, \dots, n)$, 其经验回归直线 $\hat{y}=bx+a$ 的斜率和截距的最小

二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$, $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

参考数据:

y	51	79	121	130	237	353
$\ln y$	3.932	4.359	4.796	4.868	5.468	5.866

$\sum_{i=1}^6 u_i = 29.209$, $\sum_{i=1}^6 x_i u_i = 109.066$, 其中 $u_i = \ln y_i$.

18. (本小题满分 12 分)

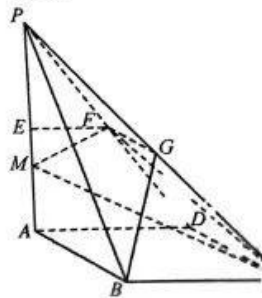
在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $(a-b)(\sin A + \sin B) = c(\sqrt{3}\sin A - \sin C)$.

- (1)求 B 的大小;
- (2)若 $A = \frac{\pi}{4}$, $b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (本小题满分 12 分)

已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为边长为 4 的正方形, E 为 PA 的中点, 过 E 与底面 $ABCD$ 平行的平面 α 与棱 PC, PD 分别交于点 G, F , 点 M 在线段 AE 上, 且 $AM = 2ME$.

- (1)求证: $BG \parallel$ 平面 CFM ;
- (2)若 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = 6$, 求点 G 到平面 CFM 的距离.



20. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上焦点为 F , 且 C 上的点到点 F 的距离的最大值与最小值的差为 $2\sqrt{3}$, 过点 F 且垂直于 y 轴的直线被 C 截得的弦长为 1.

(1) 求 C 的方程;

(2) 已知直线 $l: y = kx + m (m \neq 0)$ 与 C 交于 M, N 两点, 与 y 轴交于点 P , 若点 P 是线段 MN 靠近点 N 的四等分点, 求实数 m 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 (a \in \mathbf{R})$, 其极小值为 -4.

(1) 求 a 的值;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = t$ 在 $(0, 3)$ 上有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 求证: $3 < x_1 + x_2 < 4$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为

$$\rho^2 = 2\rho \cos \theta + 2, \text{ 曲线 } C_2 \text{ 的极坐标方程为 } \rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}.$$

(1) 求曲线 C_1 的直角坐标方程和曲线 C_2 的一个参数方程;

(2) 记 C_2 与 x 轴交于点 P , 曲线 C_1 和曲线 C_2 的交点为 A, B , 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x-1| + |x|$.

(1) 求不等式 $f(x) < 8$ 的解集;

(2) 若 $y = f(x) - |x| - |x-2|$ 的最大值为 m , 正数 a, b 满足 $a + 2b = m$, 求 $\frac{1}{2a+b} + \frac{4}{a+5b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线