姓名__________________座位号____________________________

(在此卷上答题无效)

数学

本试卷共 4 页,22 题。全卷满分 150 分考试时间 120 分钟

考生注意事项:

1.答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2.选择题的作答每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3.非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4.考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分共 40 分在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 A=$\{x|\ln x\geqslant 0\}$,B=$\{x\mid \sqrt{x}<2\}$，则 A∩B=

A.[1.2)　　B.[1,4)　　C.[0,2)　　D.[0,4)

2.若复数 z 满足$(1-\mathrm{i})z=|1+\mathrm{i}|$,则 z 的虚部是

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$　　C.1　　D.i

3.在研究成对数据的统计相关性时下列说法错误的是

A.样本相关系数为 r 则 $|r|$ 越大，成对样本数据的线性相关程度越强

B.用最小二乘法得到的经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 一定经过样本点中心$(\bar{x},\bar{y})$

C.用相关指数 R^2 来刻画模型的拟合效果时,若 R^2 越小,则相应模型的拟合效果越好

D.用残差平方和来刻画模型的拟合效果时,若残差平方和越小,则相应模型的拟合效果越好

4.已知 $4\cdot 3^m=3\cdot 2^n=1$,则

A.$m>n>-1$　　B.$n>m>-1$　　C.$m<n<-1$　　D.$n<m<-1$

5.已知圆长轴、短轴的一个端点分别为 A,B,F 为圆的一个焦点,若ΔABF 为直角三角形,则该椭圆的离心率为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

6.在 RtΔABC 中，$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|=4$,$D$ 是以 BC 为直径的圆上一点,则$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ 的最大值为

A.12　　B.$8\sqrt{2}$　　C.$5\sqrt{6}$　　D.$6\sqrt{5}$

7.已知球 O 与圆台 O_1O_2 的上、下底面及母线均相切,且圆台 O_1O_2 的上、下底面半径之比为$\frac{1}{2}$,记球 O 与圆台 O_1O_2 的表面积分别为 S_1、S_2，则

A.$S_1=\frac{1}{2}S_2$　　B. $S_1=\frac{4}{7}S_2$　　C. $S_1=\frac{5}{7}S_2$　　D. $S_1=\frac{8}{9}S_2$

8.设函数 $y=f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,$g(x)=f(x+1)$为偶函数,$g(2x-2)$为奇函数,则一定有

A. $\sum_{i=1}^{2022} f(i)=0$　　B. $\sum_{i=1}^{2022} g(i)=0$　　C. $\sum_{i=1}^{2023} f(i)=-f(0)$

D. $\sum_{i=1}^{2023} g(i)=f(1)$

二、多项选择题:本大题共 4 个小题每小题 5 分共 20 分,在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分选对但不全的得 3 分有选错的得 0 分

9.已知函数 $f(x)=e^x+e^{-x}$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数,则

A.$f(x)$的最小值为 2　　B.$f'(x)$在$(-\infty,\ +\infty)$单调递增

C.直线 $y=(e+e^{-1})x$ 与曲线 $y=f(x)$相切　　D.直线 $y=2x$ 与曲线 $y=f'(x)$相切

10.已知抛物线 C:$y=\frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F,P,Q 为 C 上两点,则下列说法正确的是

A.若 $M(2.3)$.则$|PM|+|PF|$的最小值为 4

B.若 $N(0,-1)$,记$\angle PNF=\theta$,则 $\cos\theta\in[\frac{\sqrt{2}}{2}，1]$

C.过点(3,2)与 C 只有一个公共点的直线有且仅有两条

D.以 PQ 为直径的圆与 C 的准线相切，则直线 PQ 过 F

11.在正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$A_1B_1=1$,$AA_1=2$，$AB=3$,$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$,$\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$,过 MN 与 AA_1 平行的平面记为α,则下列命题正确的是

A.四面体 ABB_1C_1 的体积为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

B 四面体 ABB_1C_1 外接球的表面积为 12π

C.α截棱台所得截面面积为 2

D.α将棱台分成两部分的体积比为$\frac{3}{13}$

12.数列$\{a_n\}$,$a_1=a_2=1$,$a_{n+2}=a_n+a_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,该数列为著名的裴波那契数列,它是自然界的产物揭示了花瓣的数量、树木的分叉、植物种子的排列等植物的生长规律,则下面结论正确的是

A.$a_2+a_4+\cdots\cdots a_{2n}=a_{2n+1}-1$

B.$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=a_na_{n+1}$

D.数列$\{a_{n+1}+\frac{1-\sqrt{5}}{2}a_n\}$为等比数列

C.数列$\{a_{n+1}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}a_n\}$为等比数列

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.2022 年 12 月 18 日在卡塔尔世界杯决赛中,阿根廷队战胜法国队冠 222 卡塔尔世界杯也缓缓落下了帷幕.下表是连续 8 届世界杯足球赛的进球总数:

年份	1994	1998	2002	2006	2010	2014	2018	2022
进球总数	141	171	161	147	145	171	169	172

则进球总数的第 60 百分位数是________________________。

14.已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega\neq0)$具有下列三个性质:①图象关于 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称;②在区间$(0,\frac{\pi}{3})$上单调递减;③ 最小正周期为π,则满足条件的一个函数

$f(x)$=________________。

15. 已知函数 $f(x)=(\ln x)^2-ax^2$ 有两个极值点，则实数 a 的取值范围是________________。

16. 已知 A,B 分别为圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 与圆 $(x+2)^2+y^2=4$ 上的点，O 为坐标原点,则 ΔOAB 面的最大值为________________。

四、解答题:本大题共 6 小题共 70 分解答应写出文字说明证明过程或演算步骤

17.(10 分)

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$S_nS_{n+1}+1=2S_n$。

(1)若 $S_n\neq 1$，证明:数列$\{\frac{1}{S_n-1}\}$为等差数列

(2)若 $a_1=2$，$|a_n|<\frac{1}{1000}$,求 n 的最小值。

18.(12 分)

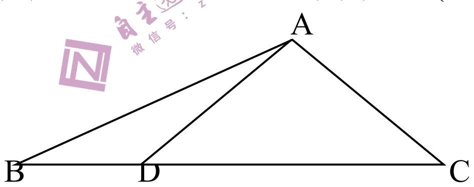
某校工会为弘扬体育精神推动乒乓球运动的发展现组织 A、B 两团体运动员进行比赛。其中 A 团体的运动员 3 名,其中种子选手 2 名;B 团体的运动员 5 名，其中种子选手 $m(1\leqslant m\leqslant 5)$名.从这 8 名运动员中随机选择 4 人参加比赛.

(1)已知 $m=2$,若选出的 4 名运动员中恰有 2 名种子选手,求这 2 名种子选手来自团体 A 的概率;

(2)设 X 为选出的 4 人中种子选手的人数,确定 m 的值，使得在 X 的所有取值中，事件 $X=2$ 的概率最大。

19.(12 分)

在ΔABC 中，角 A,B,C 所对边长分别为 a,b,c,满足$(a-b)(\sin A+\sin B)=(b+c)\sin C$.



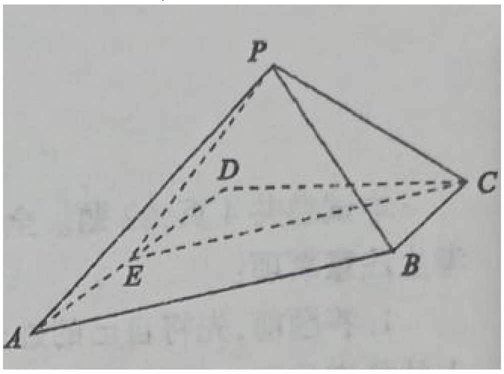
(1)求∠A 的大小;

(2)$AB=2\sqrt{2}$,点 D 在 BC 上,AD ⊥AC,在①$BD=\sqrt{3}$,②$\cos\angle ADC=\frac{\sqrt{3}}{3}$

③$\frac{BD}{DC}=\frac{\sqrt{6}+1}{5}$ 这三个条件中任选一个作为条件,求ΔABC 的面积

20.(12 分)

在梯形 $ABCD$ 中,$\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$,$AD=2BC=\sqrt{2}$ $CD=2$,E 为 AD 的中点,将 DEC 沿 EC 折起至ΔPEC 的位置,且 $PB=1$.



(1)求证:平面 $PAE\perp$平面 PBC:

(2)判断在线段 AP 上是否存在点 Q,使得直线 BQ 与平面 PEC 成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ 。若存在,求出 AQ 的长;若不存在,请说明理由.

21.(12 分)

已知双曲线 C:$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,直线 l 在 x 轴上方与 x 轴平行,交双曲线 C 于 A,B 两点,直线 l 交 y 轴于点 D.当 l 经过 C 的焦点时,点 A 的坐标为(6,4).

(1)求 C 的方程:

(2)设 OD 的中点为 M,是否存在定直线 l,使得经过 M 的直线与 C 交于 P,Q,与线段 AB 交于点 N,$\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PN}$,$\overrightarrow{MQ}=\lambda\overrightarrow{QN}$ 均成立若存在,求出 l 的方程;若不存在,请说明理由。

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x+\dfrac{1}{x}$,$f'(x)$为 $f(x)$的导函数

(1)讨论 $f'(x)$的单调性;

(2)当 $x>0$ 时,$f(x)=ax$ 有且只有两根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$。

①若 $0<x_1<1<x_2$,求实数 a 的取值范围;

②证明:$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}<\dfrac{2a}{3}-\dfrac{1}{6}$.